

数学学习步骤

这是一个关于您的孩子在其数学世界中成长和发展的简要描述集合。其目的是介绍每一个学习步骤，并提供每个步骤如何建立在早期步骤的基础上，为未来的步骤奠定基础的感受。它不具备培训学校数学教师所需的完整性和深度。我们将早期的数学学习分为以下几个阶段。与这些阶段相关的年龄只是近似的，不同环境下的孩子会有很大的差异。

- [第一阶段：我能听见你！ — 0 至 3 岁](#)
- [第二阶段：我能数到 5！ — 2 至 5 岁](#)
- [第三阶段：我能数到 10！ — 3 至 6 岁](#)
- [第四阶段：我能数到 20！ — 4 至 7 岁](#)
- [第五阶段：我能数到 100！ — 5 至 8 岁](#)

每个阶段的名称都旨在表明开始该阶段的简单识别技能水平。这种简单的结构并不适合每个孩子，但它确实为您应该从哪里开始提供了有用的指导。在接下来的页面中，我们将每个阶段分为十个学习步骤的顺序。

第一阶段：我能听见你！

该阶段从 4 到 6 个月开始。让您的孩子接触各种各样的体验非常重要。即使您的孩子没有表现出理解您的外在迹象，也要开始与您的孩子交谈。养成指向和描述各种事物的习惯。当您的孩子开始对您的话作出反应时，开始混入一些让您的孩子回应的问题。当您的孩子开始理解物体有属性时，开始指出使事物相似或不同的属性。这些属性对于玩图案游戏也很有用。最后，开始用多种属性来描述形状。本阶段的数学学习步骤如下：

- [步骤1：数学对话——尽早开始且频繁做](#)
持续指出和描述事物对孩子的成长非常重要。在孩子还未表现出理解之前，就应该开始这样做。
- [步骤2：数学对话——在家里](#)
在家里有很多可以讨论的数学话题。
- [步骤3：数学对话——外出时](#)
可以在商店、公园和其他很多地方谈论数学，数学就在我们生活中的每个角落！
- [步骤4：数学对话——描述、比较](#)
使用描述、比较和空间关系的词汇与孩子交流——这就是数学！
- [步骤5：数学对话——计数](#)
每当有机会时，和孩子一起数数。
- [步骤6：数学对话——指出、描述和提问](#)
向孩子提问一些可以通过动作或指点做出非语言回应的问题。
- [步骤7：物体属性](#)
您的描述和游戏应该开始包含物体的多种属性。
- [步骤8：相同和不同](#)
讨论事物的相同或不同之处来自哪些属性。
- [步骤9：图案](#)
开始进行有关识别、创建和延续模式的游戏活动。
- [步骤10：基本形状 I](#)
介绍几何概念和物体，以及简单形状的名称。

步骤1：数学对话——早期且频繁

接触：在这些早期年间，一切都与接触有关！您的孩子正在接触各种各样的体验，并在他们感知的一切中发现模式。作为让您的孩子接触世界的一部分，让他们接触数学词汇和思想。让他们看到一起玩数学是多么有趣。



早点开始：即使在您的孩子似乎理解您的话之前就开始这样做。您的孩子就像海绵一样，从您的话中获取比您意识到的更多的东西。

指点和描述：指向您的孩子接触到的事物，并用涉及数字、形状和颜色的词汇来描述它们。如果您处理的是小数量的事物，请为您的孩子大声数出来。

数学对话的多个方面

数学对话不仅仅是数字。

- 描述事物。谈论大小、颜色、纹理、形状、柔软度、湿度、温度、亮度等等。命名和描述属性是比较它们和发现模式的基础。
- 使用比较词汇。更大、更小、最高、最宽、更多、更少、相同等 ...
- 使用位置词汇。上、下、之间、附近、远处、上方等 ...
- 谈论空间和时间中的模式和顺序。用第一个、第二个、第三个和最后一个来指顺序。谈论刚发生的事情、即将发生的事情和今天发生的事情。谈论您看到的设计中的模式。
- 大声数数并说出数字来表示数量。
- 使用测量词汇。描述大小时使用长度、面积、重量和体积的词汇。

这都是数学：这些不同方式的描述和讨论都是数学。建造词汇和概念可以在数学方面帮助您的孩子。这也会很大程度上帮助您的孩子理解并且讨论世界上的一切。

步骤2：数学对话——在家里

当您和孩子一起进行日常家庭活动时，您会与孩子进行许多有关数学的对话。

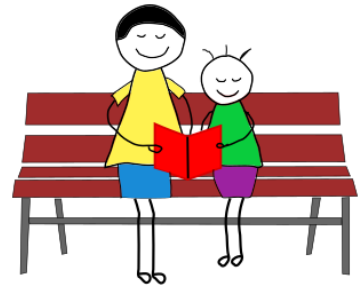
收拾东西: 讨论哪些东西应该放在一起。形状相同的东西可以放在一起吗？圆形或三角形的东西有特殊的位置吗？

衣服: 如果你正在整理即将洗或刚洗过的衣服，可以谈谈颜色、形状和尺寸。在挑选或收拾衣服时，可以谈谈为什么有些衣服放在一个地方，而其他衣服放在其他地方。

准备去睡觉和起床: 这些时间适合讨论按顺序做事，并练习诸如第一、第二、第三、最后和下一个之类的单词。

边读边讨论: 讲故事时间是与孩子舒适的环境中做数学题的绝佳机会。谈论图片中的人物和事物。如果有一个黄色的大太阳，指着太阳说：“太阳是圆的，是黄色的。这个房间的墙也是黄色的。指着这个房间里的圆形物体。”

随着孩子年龄的增长，可以通过指向来一起数数，比如图片中的黄色花瓣，或者让孩子指向您描述的东西。



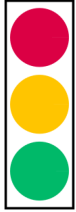
食物: 无论是收拾食物、烹饪食物还是为用餐时间准备食物，都有很多机会使用数学。不同种类的食物应该放在特定的地方——这是使用关系词（如里面、下面和上面）的好时机。

烹饪包括测量数量、讨论烹饪时间长度以及描述食物的预期效果。准备就餐时需要准备适当数量的食物，以便每个人都能得到自己需要的食物。

玩物品: 在为游戏或其他用途构建物品时，比较物体。哪一个更高？你能把一个东西做得更高、更宽、更大或与另一个东西一样吗？描述并比较你拥有的或图片中的东西的大小、数量和颜色。

步骤3：数学对话——外出时

形状：您可能会看到建筑物设计中的一个圆圈，并要求您的孩子指出他们看到的其他圆圈，例如交通信号灯中的圆圈。交通标志和商店招牌提供了大量可供您描述和命名的形状。一旦养成寻找它们的习惯，您就可以找到并谈论无数的形状、颜色和计数。

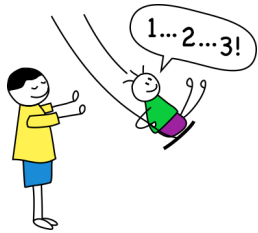


旅行：旅行时，有很多数学话题可以讨论。如果你看到一辆有点不寻常的红色汽车，你可以指出它，并计算出其他类似的红色汽车。询问更大、更小、更薄和更宽的事物，例如建筑物、窗户、树木和人。哪些事物比其他事物更近，哪些事物更远？

在商店里计数：谈谈你需要多少个苹果，并在挑选时数出它们的数量。数一数你前面排队的人，并将其与其他队伍的长度进行比较。



指出水果的形状或食物盒上的图案。谈谈为什么有些东西装在盒子里，而其他东西装在圆瓶里。你可能需要把某样东西放在高架子上，或者把某样东西放在低架子上。有太多东西可以描述和比较！



在公园里：数一数孩子的数量、建筑物或树木的数量，或其他任何东西的数量。评论一下哪里某样东西比另一样东西多。

荡秋千：将孩子推到可以来回摆动的东西上是与孩子一起数数的绝佳机会。每推一下，就数“1、2、3、4、5”。孩子开始学会数到5后，从5开始倒数也是一个好主意。有时可以从0开始或结束。

指出公园里的圆形、曲线、直线、三角形和矩形。谈谈有些东西是如何位于其他东西之上、之下、之间或之上的。

步骤4：数学讨论——描述、比较

除了数字之外，还有重要的数学：描述和比较事物是帮助孩子学习早期数学的重要部分。当孩子们做数学时，他们会利用关于物体属性的想法来帮助他们处理这些物体，例如对它们进行分组或用它们寻找模式。这些技能也会在孩子开始学习阅读时有所帮助。

指出、描述和比较：无论身在何处，都要养成指向引起您或您孩子注意的事物，然后描述它们的习惯。利用机会将这些事物与其他事物进行比较，使描述更有意义。谈论两件事如何相同或不同。

永远不会太早：从很小的时候起，您的孩子就开始从他们所看到、听到、尝到、触摸到和体验到的一切中学习。通过数学谈话来丰富这些经验。在他们做出任何反应之前，他们就已经从您的话语中受益匪浅。最终，他们会从您的话语中总结经验，并开始向您表明他们理解这些经验。

揭露，但不要着急：不要将早期接触与教学混为一谈。孩子在发育成熟后会将他们的经历中的模式整合在一起。例如，您不能通过向孩子解释来教他们数到5——您只能一遍又一遍地向他们展示您的计数方式，直到他们开始理解为止。永远不要不耐烦或强迫他们更快地理解——他们有很多东西要学，他们自然会想要理解这一切。

搜寻游戏：玩一个寻找周围物体的游戏。利用这个游戏来练习孩子正在学习的概念，例如颜色、大小（大、中、小）、重量（重、轻）、数量和关系（内部、顶部、下方）。

你们其中一人告诉另一人，他们看到一个圆形的东西放在棕色的东西上面。另一人试着找出那是什么。如果他们找不到，就会给出更多线索。



步骤5：数学讨论——计数

计数、数字和数量：大多数人想到早期数学时首先想到的是计数和数字，它们是最容易联系和理解的。计数也很容易在孩子面前用语言表达。由于需要同时进行多项练习，因此对孩子来说，这可能比您想象的要复杂得多。

- 正向和反向计数，有时包括 0
- 学习数字
- 学习数量

重复这一过程：一开始，你在孩子面前数数会让孩子开始按顺序重复数字。如果他们漏掉了一些数字，或者说出了错误的顺序，请不要感到惊讶。如果他们犯了这些错误，不要太在意；只要正确地说出数字，然后继续。这都是过程的一部分，他们最终会以正确的顺序学习数字。

有时倒数：倒数可以帮助孩子理解顺序。这有助于避免他们发出毫无意义的声音序列，而这些声音会让成年人感到高兴。几乎任何时候你都可以这样做。例如，如果你有三个苹果要拿走，那么在你拿走每个苹果后，从三开始倒数。

有时包括 0：有时从 0 开始计数，有助于让 0 成为公认的数字和数量。您也可以倒数到 0。倒数到 0 非常适合即将发生的事件，例如十秒后。您可以倒数到 0，然后说“Blastoff”或类似的话。

理解数量：对于成年人来说，如果你数一堆东西，比如说四块鹅卵石，当你数“1、2、3、4”时，你说出的最后一个数字就是你拥有的东西的数量大小，这是完全直观的。你的孩子正在学习一些关于计数和数量的知识。他们正在对数量产生理解。他们正在学习当他们数东西时，他们会将东西和他们所说的数字一一对应。他们正在学习计数的顺序并不重要。最后，他们正在学习“最后一个数字是大小”的规则。成年人认为这些事情是理所当然的，但对于孩子来说，学习这些事情是很重要的。要有耐心，记住不要着急。

计算一切：有太多东西需要数数。数椅子、走一小段距离需要走多少步、食物、排队的人、一群人、桌子周围或房间里的家具、手臂、腿，还有谁知道还有什么。每当你发现自己在心里数着某样东西时，就在孩子面前大声数数，一定要有时倒数，有时包括 0。

步骤6：数学对话——指出、描述和提问

回应: 一旦您的孩子能够回应您的话语，您就可以开始提问。您的“指出并描述”数学谈话现在将变成指出、描述和询问。甚至在您的孩子能够说话之前，他们就会开始用非语言方式回应您，因为他们开始理解您的话语。

问问题: 使用这种新的沟通方式，让您的孩子更清楚地了解哪些概念。“鸟在哪里？”或“球在哪里？”可以清楚地表明您的孩子是否知道什么是鸟或什么是球。同样，“指向树。”或“指向汽车。”适用于这两个概念。

处理错误: 问各种各样的问题。问两件东西中哪件更大或更小。问你要去哪里。问某物属于哪里。所有这些问题都是让您的孩子表达他们的理解并让您澄清任何误解的机会。如果您的孩子指向错误的东西或拿起错误的东西，只需指出正确的东西，不要试图向他们解释他们的错误。

阅读时这样做: 现在，你可以在阅读故事时，在指点和描述中添加提问。指着故事中的图片，问一些与你对周围事物提出的问题相同的问题。

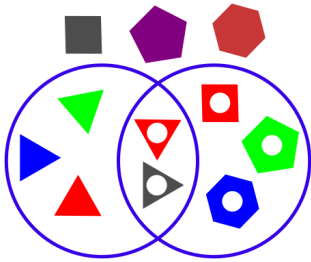
简单的谜语: 和孩子一起玩新技能的游戏，享受其中的乐趣。一起解开谜题，享受其中的乐趣，例如：“蓝色物体下面有红色物体。它在哪里？”

步骤7：对象属性

你孩子的回答！：你对孩子所做的所有指点、描述和询问都已经确立了事物具有可以讨论和推理的属性。你一直在建立用于描述事物的词汇和概念。现在是时候开始更多地使用它们了。

寻找具有特定属性的物品：通过要求您的孩子给您带来具有该属性的物品来练习使用属性。例如，您可以问“请给我带来一些红色的东西。”随着您的孩子在这方面的进步，通过结合多个属性使请求变得更加复杂——“找到一个圆形的木制物体。”

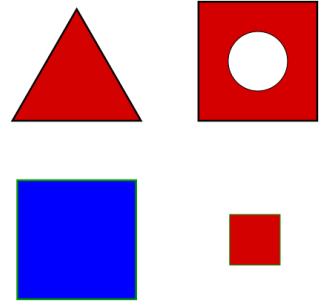
根据属性对事物进行分组：练习将具有相同属性的物品分组。如果您的孩子有一组物品，请要求将所有圆形物品放在一边。



每个属性一个圆圈：画一个大圆圈，将所有具有特定属性的事物放入圆圈中，使这一点更加明显。例如，你可以将所有有洞的事物放入圆圈中。当您的孩子觉得这很容易做到时，使用两个重叠的圆圈——一个圆圈可以表示三角形，另一个圆圈表示有洞的事物，两个圆圈的公共区域可以表示有洞的三角形。

哪一个不属于？：练习属性的一个有趣活动是向孩子展示一小组物体，并询问其中哪些不属于。挑战孩子找出与其他物体不同的物体并解释原因。接受任何合理的理由；您的孩子可能有一个不寻常的理由。

例如，你可以放一些动物的图片。也许只有其中一种动物会飞。也许只有其中一种动物有两条腿。这项活动可以提供有趣的挑战，让您的孩子用新概念进行创造性思考。



步骤8：相同与不同

比较: 通过比较和对比帮助您的孩子更好地理解属性。

例子: 例如，谈论一个孩子和一个成年人的体型或年龄——一个比较小，另一个比较大，一个比较矮，另一个比较高。或者你可以谈论一只鸟和一只狗——一只可以飞，有羽毛，另一只有毛，不能飞。

相同与不同: 让这项活动变得有趣，向孩子展示两件物品，并询问它们有何相同之处和不同之处。准备好接受令人惊讶的想法，并在提出更严肃的建议的同时加入一些愚蠢的建议。

更多示例: 如果你递给孩子一把勺子和一把叉子，孩子可能会说很多话。它们是相同的，因为你用它们吃饭。它们也是一样的，因为你拿着它们，它们大小差不多，或者它们是由相同的材料制成的。它们是不同的，因为一个是光滑的，有点圆，而另一个是尖的。

步骤9: 图案

图案无处不在！识别、描述和创建图案是玩数学的关键。



以下是一些可以单独使用或混合使用以创建模式的特征：

- 运动方式：迈步、跳跃、挥手、点头
- 声音模式：拍手、拍膝盖、咂舌、跺脚
- 响度模式：轻、中、响
- 视觉图案：颜色、形状、大小

探索图案：挑战彼此，无论身在何处，都要找到重复的图案。您可能会注意到地板、墙壁或天花板上有重复的瓷砖图案。建筑物的砖砌结构可能会形成有趣的图案。植物可能以有组织的图案种植在田野中。菠萝或松果的侧面可能有螺旋图案。某些东西可能会以重复的模式发出声音。

游戏：重复图案：你们两个或两个以上的人可以互相挑战，重复和扩展彼此的模式。这可以通过多种方式实现。最简单的方法是让一个人创建一个声音和动作的模式，然后让所有其他人重复它。

让最初的人每次图案在小组中转一圈时在图案的末尾添加一个物品，从而增加难度。或者，每个人都可以拿起来到他们身边的图案，并在图案的末尾添加一个物品。

秘密握手或敲门：使用模式作为获准进入某个地方（例如房间）的约定方式。这可能是一系列的拳头碰击和其他类型的握手。或者可能是敲门和跺脚，从而发出一系列声音。

绘图顺序：对于年龄较大的孩子，可以通过绘制形状图案来制作拼图。一个人建立一个图案，然后在重复的序列中留下空白，让另一个人填补。

步骤10：基本形状 I

形状的世界: 随着孩子对属性的理解不断加深，会出现许多可能性。例如，他们现在可以理解几何形状并谈论它们！

计算边的数量: 区分三角形、正方形、长方形、六边形和八边形需要“边”的概念，并能够计算这些边。随着孩子对数量的理解不断加深，计算边数也将成为可能。此外，随着孩子开始自动识别这些形状，这将有助于他们加深对 3、4、6 和 8 的数量的理解。

基本形状: 现在，请继续学习基本形状，并建立对这些形状的信心和熟练程度。当然，您可以随时加入孩子喜欢的其他形状，例如星星。

以下是描述平面形状的词汇列表：

- 圆
- 三角
- 矩形（看起来像一张纸）
- 正方形（边相等的长方形）
- 六边形（6 条边）
- 八边形（8 条边 - 停车标志）

这是三维形状的词汇列表：

- 球
- 柱状体
- 立方体

动手: 当您的孩子玩具有这些形状的物体时，使用并解释这些形状的名称。给他们很多机会看看这些形状是如何组合在一起或相互叠加的。当您看到世界上的形状时，帮助您的孩子识别这些形状。

第二阶段：我能数到 5!

您的孩子已经掌握了数到五的技能，并且能够理解这些数字的数量。他们还了解物体具有各种属性，并且这些属性可以进行比较和对比。

在此阶段，您的孩子将学会数到十，并开始理解小数的加减法。他们还将更好地理解小数量物体的大小。

- [步骤11：从 1 和 0 开始计数](#)
这是理解数量的基础，并为加减运算奠定了基础。
- [步骤12：倒数至 1 和 0](#)
这巩固了对数字序列的理解并有助于减法。
- [步骤13：比较小数量](#)
使用物体的数量来建立对相对大小的理解。
- [步骤14：继续](#)
计数有助于理解数量，节省计数时间，并且对于加法很重要。
- [步骤15：基本形状 II](#)
使用更复杂的几何形状概念。
- [步骤16：多一个，少一个](#)
学习下一个数字和前一个数字是学习加法和减法的第一步。
- [步骤17：手指加减到 5](#)
一只手即可有效处理 5 以内的金额。
- [步骤18：手指进行 10 以内的加减运算](#)
使用孩子的手指是进行 10 的加减运算的有效方法。
- [步骤19：跳过 2 的计数](#)
这是一种有趣且快速的计数一组物体的方法。
- [步骤20：计数组](#)
探索计数物体组的不同方法。

步骤11: 从 1 和 0 开始计数

数一切: 您的孩子已经可以数到 5 了。您现在正在帮助他们巩固数数能力, 并将其扩展到更大的数字。在孩子面前数数, 并在孩子愿意的时候和他一起数数。数数是理解数量的基础。它还为加法和减法奠定了基础。

需要数的东西太多了。数椅子、走一小段距离需要走多少步、食物、排队的人、一群人、桌子周围或房间里的家具、手臂、腿, 还有谁知道还有什么。每当你发现自己在心里数着某样东西时, 就和您的孩子一起数, 有时一定要把 0 作为起点。

理解数量: 对于成年人来说, 如果你数一堆东西, 比如说四块鹅卵石, 当你数“1、2、3、4”时, 你说的最后一个数字就是你拥有的东西的数量。您的孩子正在学习几件事。他们正在对数量产生理解。他们正在学习当您数某样东西时, 你会在东西和数字之间建立一一对应的关系。他们正在学习计数的顺序并不重要。最后, 他们正在学习“最后一个数字是大小”的规则。成年人认为这些事情是理所当然的, 但对于孩子来说, 学习这些事情是很重要的。要有耐心, 记住不要着急。

错误: 您应该预料到孩子在数数时会犯许多错误。孩子可能会漏掉一些数字, 或者漏掉一些数字。或者, 他们可能会搞混他们正在数的一组东西的 1-1 对应关系。随着时间的推移, 您的孩子会理清所有这些问题。现在, 当您的孩子犯错时, 只需正确地数出他们面前的东西, 然后继续做其他事情。

理解数字: 不要急着让孩子重复 1 到 10 的数字, 否则他们根本不知道这些数字在说什么。花点时间, 强化每个数字与其对应数量的联系。

读取数字: 当然, 您可以随时开始学习阅读数字。但是, 不要让阅读限制计数。学习阅读数字通常比学习说数字和了解数量需要更长的时间。

步骤12：倒数至 1 和 0

它有助于理解意义: 倒数对于巩固对数字序列的理解非常有效。许多已经学会从 1 数到 10 的幼儿在第一次尝试从 10 数到 1 时会遇到困难。这种反向计数迫使他们以新的方式思考数字的排序方式。当你的孩子开始数到 100 时，他们会开始思考从一个十年到下一个十年会发生什么——比如从 69 到 70。

它有助于减法: 倒数对于学习减法也很有帮助。会倒数的孩子很快就能学会减 1 和 2。如果倒数能成为一种习惯，那么他们就可以全神贯注地倒数三个步骤，例如，在做 9 减 3 时。

自然情况下使用: 很多时候，倒计时是很自然的事情。如果计时器还剩 10 秒，你可以和计数器一起倒计时。如果你说某件事还可以做三次，那么你可以和计数器一起从三开始倒计时。

包括 0: 倒计时时通常自然会包含 0，这是件好事。如果您倒计时剩余时间，当计数到 0 时，您就剩下 0 秒了。如果您倒计时孩子可以吃多少块食物，当计数到 0 时，就没有食物了。将 0 设为正常的预期数量会很有帮助。

步骤13：比较小数量

这需要时间: 所有这些初级概念和技能都需要孩子花费大量时间才能掌握，而比较数量和了解数量大小也同样如此。创造许多体验，让您的孩子触摸、感受和直接体验数量的大小及其比较方式。

把它们排成一行: 比较两个量的大小的一个简单方法是将它们一一对应地排成一排。例如，如果你玩纸牌游戏，想知道谁赢了，你可以把两个玩家的牌排成一排，看看哪一行有多余的牌。

常见误解: 请注意，小孩子可能会认为两根短棍和一根长棍一样多。这是完全可以理解的，但这通常不是成年人的想法。

给选择: 让您的孩子在两组他们真正喜欢的相同物品之间做出选择。当他们选择较大的组时，告诉他们所选的组比另一组有更多物品，以此来强化他们的选择。

游戏: 你可以开始玩一些简单的纸牌游戏，比如“战争”游戏。利用纸牌上的点数让孩子比较数量。另一个适合练习的游戏是“我在想一个数字”，在这个游戏中，你有一排数字牌，其中一张牌下藏着一些东西。

数轴: 数轴是一种很好的视觉辅助工具，可以帮助你看出哪些数字较小（左边的数字），哪些数字较大（右边的数字）。从小就让孩子接触数轴是一件好事，但要注意，数字和它们在一条线上是相当抽象的，所以他们需要一段时间才能理解这张有数字的图片是怎么回事。

步骤14：继续

出人意料的强大: 计数技巧很简单，但非常有用。当您的孩子习惯将一组物体视为一个数量时，开始在他们面前进行计数，以帮助他们理解这个概念。

例子: 假设您的孩子有一排 3 张卡片，另一排 4 张卡片。他们可以一次数出所有卡片“1、2、3、4、5、6、7”，并看到有 7 张卡片。但是，如果您的孩子认识到一行中有三张卡片，他们就不需要数那些卡片了。他们可以从 3 开始数数，指向第一排的三张卡片，然后数第二排“4、5、6、7”。您的孩子从 3 开始数数，这就是这个名字的由来。

理解数量: 能够“数数”可以节省时间和精力。这也表明您的孩子已经习惯了观察与一组物体相关的数量，并可以将它们作为一个整体来处理。这是一个巨大的概念飞跃，对他们即将进行的所有加、减、乘、除运算非常有用。

与加法的联系: 开始学习加法与数数密切相关。当给孩子一张上面有三个点的卡片和另一张上面有四个点的卡片时，要求他们把这两个数字相加的孩子会从 1 数到 7。从 3 或 4 开始，用另一个数字数数，这样可以更快、更有效地完成 3 和 4 的加法。您将在接下来的课程中看到如何用手指做这件事。

步骤15：基本形状 II

深化探索: 随着孩子对形状、计数和描述的技能逐渐发展，您将能够更详细、更高级地了解形状。让孩子多做亲身体验。让孩子将零件拼合在一起，将东西堆叠在一起，将东西放在其他东西里面，并研究周围所有物体的形状是如何组合在一起的。当您的孩子体验这些事情时，说出形状的名称并进行讨论，并提出大量有关它们的问题。

形词: 看起来似乎有很多单词需要学习。但是，如果你养成让孩子接触这些单词的习惯，孩子就会慢慢但稳步地学会它们。

这是平面形状的列表：

- 平行线（铁轨，同方向但不相交的两条线）
- 直角（纸张角落处的角）
- 圆圈
- 三角形
- 矩形（看起来像一张纸，有四个直角）
- 正方形（边相等的长方形）
- 平行四边形（对边平行）
- 菱形（四条边相等）
- 梯形（一对边平行）
- 五角大楼（五条边）
- 六边形（6条边）
- 八边形（8条边，有停车标志）

这是三维形状的列表：

- 球体(球)
- 气缸（圆管）
- 盒子（立方体）
- 金字塔（以三角形或正方形为底面）

对称性: 许多形状在反射时，一侧看起来与另一侧相似。这称为镜像对称。人体的外形具有镜像对称性。

平铺: 向孩子指出瓷砖图案。许多建筑物的地板、墙壁或天花板上都有瓷砖图案。砖墙通常有砖块制成的有趣图案。这些图案通常具有镜像对称性。

步骤16：多一个，少一个

比看上去更重要：人们很容易认为这些想法是微不足道的、几乎微不足道的步骤。然而，“多一个”和“少一个”的想法是加法和减法的早期重要步骤。

上下计数：当你上下数数时，多一个和少一个与下一个数字和前一个数字的概念密切相关。双向计数练习将帮助您的孩子轻松知道下一个数字是什么，前一个数字是什么。

加 1 和减 1：将这些想法与加减法结合起来，提出以下问题：“你现在有多少颗鹅卵石？如果我再加一颗，你现在有多少颗？如果我拿走一颗，你就少一颗，你现在有多少颗？”这些都是非常容易和自然的问题，可以融入日常对话中，你的孩子可以谈论这些问题，而不必考虑他们正在做加减法。

如果您有 3 件东西，而您的孩子有 4 件，您可以讨论各种可能性。如果您多一件，您还会得到相同的数量吗？如果您的孩子少一件，您还会得到相同的数量吗？发挥一下这个想法。如果您的数字是 3 和 5，您可以谈论两次多得到一件，或者你们其中一个人多得到一件，另一个人少得到一件。

从 1 扩展到 2：当您的孩子准备好时，请让您的孩子了解多两个或少两个会发生什么。不必着急讲这个，所以请确保您的孩子首先彻底理解多一个和少一个。

游戏：掌握了这些简单的算术知识后，你就可以开始玩一些加减游戏了。最简单的游戏是使用加法或减法玩 1 和 2 的尼姆游戏。其他游戏包括《离开我的房子》和《差1或2》。

步骤17：手指加减到 5

通过计数进行添加: 长期以来，您的孩子一直在通过计数来解决加法问题。如果要求他们将两件东西加到三件东西上，则通过计算所有五件东西来完成。随着您的孩子掌握了“继续计数”，部分计数被替换为从其中一个数字开始，例如本例中的 3，然后计算剩余的两个东西。这种计数经验还使您的孩子能够形象化和掌握“再加 1”和“再加 2”的概念，这使得 1 和 2 的加法变得容易得多。

使用手指: 这个年龄段的孩子在做加法时如果能使用教具，将受益匪浅。它有助于巩固他们对数字的数量理解。当然，他们随时可以使用的教具就是手指。在做我们这个二加三的例子时，他们可以一只手伸出两根手指，另一只手伸出三根手指，然后将两只手合在一起。另一种方法是一只手伸出两根手指，另一只手伸出三根手指，然后看到总共伸出五根手指。

有时添加 0: 有时还要加上 0。这很容易做到，而且对你的孩子来说，这在概念上很重要。

减去 5 以内: 练习减法的思路与加法类似。如果你的孩子要从五中减去三，就让他举起五根手指，然后放下三根手指。他们对减一和减二的熟悉程度可能让减一和减二变得非常容易。

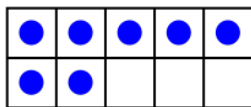
有时减去 0 和所有值: 有时，会混入减去 0 的问题。还会混入减去所有东西的问题。例如，如果你有三块食物，你把它们全吃完了，你还剩下多少？

记忆: 当你要求孩子做各种加减运算题时，孩子会越来越熟悉这些运算题，并最终记住它们。虽然希望孩子最终能够自动轻松地记住这些运算题，但不必着急。

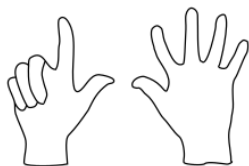
其他数学事实: 在此期间，您的孩子接触的加法不会仅限于总和为 5 或更少的数，这很好。例如，您的孩子可能已经学会了将 1 或 2 加到 10 以下的所有数字上。您的孩子可能还开始学习双胞胎加法，例如 $3 + 3$ 或 $4 + 4$ 。

步骤18：手指进行 10 以内的加减运算

手指和数量：使用孩子的手指是进行 10 以内的加减运算的有效方法，它将培养孩子对这些运算的信心和理解。此步骤的重点是使用手指以简单的方式进行最大数字为 10 或以下的加减运算。



十格：十格是 2 乘 5 的空心方格网格。这些方格通常从左到右填充，最上面一行先填充。它们有助于熟悉 10 以内的数量以及看到加起来等于 10 的数字对 - 填充的方格加上未填充的方格加起来总是 10。



闪光数字：一个有趣的活动是让孩子在你的两只手上闪现一个部分填满的十格或一组手指，然后让孩子快速识别事物的数量。如果你使用五个或更多手指，请将其中五个手指放在一只手上，这样两只手看起来就像一个十格。这项活动还为更轻松地使用两只手进行加减运算奠定了基础。

手指加到 10：如果两个数字都是 5 或更少，则在两只手上伸出相应数量的手指并数数。或者，伸出其中一个数字的手指数量，然后再数另一个数字的手指数量。数完后，显示的手指总数就是总和。

手指减到 10：减去十或更少的数字，举起减去数字对应的手指数。然后每次放下一根手指，数出减去的数字。剩下的手指数就是答案。

步骤19：跳过 2 的计数

既快又有趣: 向您的孩子展示这是一种有趣的计数方式，比按 1 计数要快得多。如果您将事物配对，然后跳过按 2 计数，您将强化配对事物如何以两个为单位。

开始跳过计数: 以两种方式介绍跳数。一种方法是轮流和孩子一起数到某个数字，在数的过程中交替数数——你们中的一个从 0 开始跳数，另一个从 1 开始跳数。经过一些练习后，你们中的一个保持沉默，另一个像以前一样数数，说出其他数字。

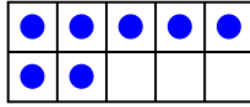
让孩子习惯跳过计数的另一种方法是，第一次正常地数到某个数字。然后轻声说出每个其他数字，再次进行计数。继续这种练习，直到轻声说出的数字完全不被说出。

从 0 以外的数字开始: 总是从 0 开始是很诱人的。但是，如果从其他数字开始，例如 1，您将帮助您的孩子掌握加法技能以及乘法和除法技能。

有时跳过向下计数: 跳过向下计数有助于减法技能和除法技能。

步骤20：计数组

种类: 跳过计数是增加计数一组物体兴趣的一种方法，而且通常还有很多其他方法。向您孩子展示他们可以利用想象力探索计数一些物体图片的许多其他有趣方法。



十格: 十帧提供了一个不同计数方法的简单示例。假设您在十帧中以通常的方式有七个点。您可以将其算作 5 加 2。您可以从左到右以 2 为单位计数到 4，然后添加 3 个单点。或者，您可以看到 3 个空白方块，并将其算作比 10 少 3。

充满乐趣: 尝试各种不同的计数方式。了解获得答案的不同方式将让您的孩子明白，数学就是探索和玩耍，而不是以某种偏好的方式得出答案。所有这些不同的计数方式也将让您的孩子对数量有更深入的理解。

添加方法: 计算一组物体的一种方法就是将组内的不同部分相加。在这个十帧示例中，我们就是这么做的，我们将顶行的 5 和底行的 2 相加。

跳过计数: 当你将一组数字相加时，你可能会看到一个重复的模式。这就是当我们开始跳过左侧的两个 2 时发生的情况。

减法: 另一种常用技巧是从整个集合中减去缺失的部分。在本例中，我们从 10 中减去 3 就是这么做的。

第三阶段：我能数到 10！

您的孩子已经习惯数到十，这些数字和数量现在更有意义了。您的孩子现在对小数的加减法已经好多了。

此阶段将数数扩展到 20，并扩大了孩子可以加减的数字范围。它还介绍了乘法和除法的开始。最后，随着孩子分析能力和成熟度的提高，有必要讨论玩策略游戏的早期想法。

- [步骤21：通过计数进行心算](#)
从一个数字开始数数并进行加法是学习加法的重要步骤。
- [步骤22：心算减法——拿走](#)
通过减去和倒数来减法是学习减法的重要步骤。
- [步骤23：心算减法 – 差值](#)
减法的另一种方法是通过计数来找出两个数字之间的差。
- [步骤24：数的分解组合](#)
数字键强化了部分和整体的概念，以及加法和减法的事实家族。
- [步骤25：位置值](#)
向您的孩子介绍 10 在 20 以内的数字中的作用。
- [步骤26：事实家族](#)
 $2 + 3 = 5$ 、 $3 + 2 = 5$ 、 $5 - 2 = 3$ 和 $5 - 3 = 2$ 这些事实是相互关联的。了解这一点可以加深对每个事实的理解。
- [步骤27：添加双胞胎和近双胞胎](#)
大多数孩子都能轻松地学会双胞胎的加法。这为加倍奠定了基础。
- [步骤28：乘以 2 并除以 2](#)
这是许多概念的开始——加倍、乘以 2、减半、除以 2 和均等分享。
- [步骤29：以 2 为单位跳过计数 II](#)
通过上下移动并从任意数字开始，进一步发展以 2 为单位的跳过计数。
- [步骤30：策略游戏 I](#)
这些游戏自然而然地激励孩子们解决问题。

步骤21：通过计数进行心算

渐变: 随着您的孩子掌握了小加减运算的技能，逐渐转向在心算中做更多这样的计算。不要急于记住。花时间通过观察数字之间的关系来计算答案，将带来丰厚的回报，让您对数字有更好的感觉和理解。如果您的孩子通过反复练习抽认卡来掌握这些事实，那么您就浪费了这个重要的机会。

指望: 使用 $6 + 3$ 作为通过递增计数进行加法的示例。

最初，您的孩子会想用手指来做这件事，这没问题。说“6”，并握紧拳头表示0。接下来，数“7、8、9”，并在每个数字上举起一根手指。当举起三根手指时，停在9处。

随着时间的推移，使用手指解决小加法问题将变得不那么必要。您的孩子将开始在脑海中看到从6到9的3的变化，并且不再需要使用手指 - 就像他们不再需要手指来加1或2一样。

从较大的数字开始: 随着经验的积累，您的孩子将开始意识到从两个数字中较大的一个开始更容易、更快。例如，将 $3 + 6$ 算成6加上3比将3加上6更容易。做出这一选择的一部分是意识到 $3 + 6$ 和 $6 + 3$ 的结果相同。这一重要观察意味着学习的加法知识只相当于原来的一半！

步骤22：心算减法——拿走

两种减法：减法有两种模型，两种都很重要。第一种是减法。如果要求你从9个东西中减去3个东西，你可能会认为这是减去或移除了3个东西。第二种模型涉及差值。两个数字之间的差值就是它们之间的距离。如果要求你从9中减去7，你很可能通过找出它们之间的距离以及它们的差值来做到这一点。

两种对减法的理解都是必要的，也是有用的。对于心算来说，选择使用减法或差法会对计算的难易程度产生很大的影响。此外，有些问题更自然地理解为减法或差法问题。

倒数：倒数是进行减法的自然方法。以 $9 - 3$ 为例，通过倒数进行减法。

与加法一样，您的孩子最初可能想用手指来做，这没问题。说“9”，握紧拳头表示0。接下来，倒数“8、7、6”，每数一个数字就举起一根手指。举起三根手指后，停在6处。

随着时间的推移，用手指做小减法题的必要性将逐渐降低。您的孩子将开始在脑海中看到从9到6的3的变化，并且不再需要使用手指——就像他们不再需要手指来减去1或2一样。

减去1到4：通过练习，您的孩子将使用此方法加快从1到4的减法速度。慢慢来，确保每个人都享受这个过程。

步骤23: 心算减法 – 差值

距离或间隙大小: 如果你被要求找出两个数字之间的差值，那么你正在做一道减法题。找出差值可以理解为找出数字之间的距离，这可以通过询问需要添加什么数字来跨越它们之间的差距来计算。

正数: 以求 9 和 6 之间的差为例。通过记录从 6 数到 9 时使用的数字数量来计算。与上一学习步骤中的加法说明一样，这可以用手指或不用手指来完成。如果您的孩子一直在练习加法问题，他们可能可以非常快速地数出“7、8、9”，并发现差值为 3。

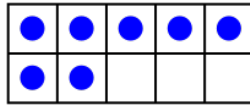
减法和加法: 使用“数数”来求差是了解加法和减法之间联系的好方法。当我们从 6 开始数数，将 $6 + 3$ 相加时，我们想求出数数三次的结果。当我们从 6 开始数数，求出 $9 - 6$ 时，我们知道结果 9，并想找出需要将 6 加上多少才能得到这个结果。

1 至 4 之间的差: 通过练习，您的孩子将提高使用此方法寻找 1 到 4 大小差的速度。慢慢来，确保每个人都享受这个过程。

步骤24: 数的分解组合

部分与整体: 把一个整体看作是由其各个部分组成的，这是孩子发展过程中的一个重要步骤。数字组合，例如 6，是将两个数字相加为 6 的所有方法。它是将 6 的整数部分分成两部分的所有方法。这加强了对加法和减法之间联系的理解，即形成事实系列组——这是即将学习的步骤中要介绍的主题。

少了什么东西? : 让我们继续以 6 的数字键为例。6 的数字键为： $0 + 6$ 、 $1 + 5$ 、 $2 + 4$ 和 $3 + 3$ 。学好这些的孩子将很容易回答这个问题：“我需要在 2 上加多少才能得到 6？”他们会知道 $2 + 4$ 是 6 的数字键，因此 4 是 6 中缺失的部分。



十框: 掌握所有数字（大约到12）的数的分解组合对于进行加法和减法非常有用。最常出现的数的分解组合是10的分解组合。十框被设计用来帮助将10的分解组合可视化。在一个十框中放入7个点，可以直观地看到 $7 + 3$ 是10的一个分解组合。

游戏和谜题: 有相当多的游戏和谜题涉及数的分解组合。总和组是一个旨在练习数的分解组合的谜题。许多游戏，如记忆挑战和钓鱼，都有使用目标总数的版本，从而练习数的分解组合。

步骤25：位置值

数字 10 至 20 的含义: 一开始，9 以上的数字可以被认为是接下来出现的数字。这没有什么错，而且这种观点在很长一段时期内都适用。最终，随着 100 以内的数字的出现，是时候向你的孩子介绍 10 在 10 到 20 的数字中的作用了。

加减 10: 首先帮助您的孩子学习如何将 10 加到个位数上，以及如何从 10 到 20 之间的两位数中减去 10。

物理量的练习: 找一些你有很多的东西——可能是鹅卵石、木棍或牙签。我们以 3 和 13 为例。如果你将 13 件东西放在一个平面上，你可以将它们分成一组 10 件和一组 3 件。这既表明 $3 + 10 = 13$ ，也表明 $13 - 10 = 3$ 。

数字: 如果您的孩子已经准备好使用数字，请按照刚才的演示，写下 $13 = 10 + 3$ 和 $13 - 10 = 3$ 。当我们写一个两位数（例如 13）时，左边的位置是十位，右边的位置是个位。十位表示该数字有多少个十位，个位表示该数字有多少个个位。对于 13，它由 1 个十位和 3 个个位组成，因此 $13 = 10 + 3$ 。再举一个例子，20 由 2 个十位和 0 个个位组成。

这需要时间: 将数字分解为十位数和个位数，尤其是用书面数字进行符号化，是概念上的一大进步，您应该预料到这需要很多演示、很多解释和很多时间。与许多这些基础元素一样，您的孩子最终会吸收它，不必着急。

步骤26：事实家族

一系列事实: 加法和减法事实很容易归类为密切相关的事实。以这组事实为例： $2 + 3 = 5$ 、 $3 + 2 = 5$ 、 $5 - 3 = 2$ 和 $5 - 2 = 3$ 。下图显示了这些事实是如何相互关联的。

让您的孩子使用这种图片。它显示一组 3 个点，另一组 2 个点，总共有 5 个点。您可以按任意顺序添加点组 - $3 + 2$ 或 $2 + 3$ - 并得到相同的结果。如果您取 5 个点并覆盖一组，比如 2 个点，那么 $5 - 2 = 3$ 的原因就很明显了。



加法和减法是相关的: 事实家族及其相关图片清楚地表明了加法和减法之间的紧密联系。它们之间关系的一个重要部分是它们相互抵消。如果你从 3 开始，然后加 2，然后减 2，你就会回到原来的 3。同样，如果你从 5 开始，然后减 2，然后加 2，你就会回到原来的 5。

添加顺序无关紧要: 关于事实系列，另一个需要强调的重要事项是，它们表明加法的顺序不会改变结果。因此，如果您的孩子被要求做 $4 + 8$ ，而他们更喜欢做 $8 + 4$ ，那么他们可以这样做。

步骤27：添加双胞胎和近双胞胎

孩子们对此很感兴趣： 双胞胎加法是指将一个数字加到自身上，例如 $3 + 3$ 。孩子们通常喜欢双胞胎加法，所以他们学起来很热切、很快。加法结果也是以 2 为单位跳过计数时得到的数字，因此这有助于强化这些加法事实。

倍增的基础： 知道加倍后，很快就知道了如何加倍。假设你让孩子把 3 加倍。他们知道把某数加倍意味着减去 2。所以，把 3 加倍意味着 3 加 3，也就是 6。

近双胞胎： 如果一对数字相差一个，那么它们就是近似双胞胎，例如 $3 + 4$ 。一旦您的孩子知道了他们的双胞胎加法，近似双胞胎就是下一步。将 $3 + 4$ 视为 $3 + 3 + 1$ ，因此它比 $3 + 3$ 多 1。因此， $3 + 4 = 6 + 1 = 7$ 。或者，将 $3 + 4$ 视为 $(4 - 1) + 3$ ，比 $4 + 4$ 少 1。因此， $3 + 4 = 8 - 1 = 7$ 。让您的孩子为每个近似双胞胎选择他们喜欢的方法，或者享受同时使用这两种方法的乐趣。

这种使用熟悉的数学事实来推导密切相关的数学事实的方法非常有效。它将有助于在未来几个月内学习许多数学事实。花点时间确保您的孩子彻底理解其工作原理。为了解释这一点，演示如何将 3 个物体和 4 个物体拆分为 3 个物体加 3 个物体加 1 个物体——在这个年龄段能够看到和触摸东西是非常强大的。

步骤28：乘以 2 并除以 2

相关概念: 在上一个学习步骤中，我们讨论了加倍。这与大量相关概念有关，您很快就会看到。

乘以 2: 乘以 2 与加倍相同。但是，它使用了有趣的新措辞，您的孩子需要习惯。当您第一次介绍乘以 2 的短语时，请务必不时地混合使用加倍的用法以帮助过渡。您的孩子将习惯新词“乘以”和“倍数”。

一半的东西: 当某物翻倍时，例如 3 翻倍为 6，那么你可以取结果的一半并返回原始数字。例如，假设你将 3 翻倍为两行，每行 3 个东西。然后取这两行匹配的一半就是取其中一行，也就是 3 个东西。

平等分享: 当你说拿一半时，你可以把它和两个人平等分享的想法结合起来。如果两个人要得到平等的份额，他们每人都会得到同样的东西，也就是原来数量的一半。

除以 2: 如果您的孩子已经熟悉了本学习步骤中的所有概念，那么他们就可以开始谈论除法了！您可以开始谈论将某物均等地分成两份或将其分成两份。将所有这些短语与您的孩子混合使用——他们需要时间来吸收这些新词汇。就数学而言，他们已经掌握了所有的概念！

具体例子: 用一组物体对每个新想法和新词语进行大量练习。让孩子的理解具体化，而不是抽象化。任何时候两个人之间有东西可以分享，都是练习的最佳时机。当然，如果你愿意，你可以开始将分享扩展到两个人以上。

乘法和除法的开始: 正如您所看到的，这是乘法和除法的起点。有一两个新想法，还有许多新词汇。看到您的孩子踏入这个世界的新领域真是令人兴奋！

步骤29：以 2 为单位跳过计数 II

新连接: 您的孩子在第 2 阶段开始以 2 为单位跳数。现在他们的跳数越来越高、越来越快，并且还与新概念联系在一起，例如乘法、偶数和奇数。

乘以 2: 例如，将某个数乘以 2 意味着取那么多的 2。假设您的孩子正在计算 5 乘以 2。这意味着将 2 加到自身上 5 次，这正是您的孩子从 0 开始跳过 2 的 5 次计数时得到的结果。当然，他们也可以通过将数字加倍来计算这个数量，在本例中为 5。

从任意位置开始向上或向下: 重要的是要不断练习以 2 为单位跳数，从任意位置开始，然后不断增加和减少。这种练习对于加、减、乘、除非常有用。每当您要数的东西比较多时，就习惯做这种练习。

偶数和奇数: 偶数是可以平均分成两半的数。它是两个人可以共享而不会剩下的东西。奇数是其他数，即不能平均分配的数。偶数是从 0 开始以 2 为单位跳过计数得到的数。奇数是从 1 开始以 2 为单位跳过计数得到的数。

按其他数字跳过计数: 如果你愿意，现在正是开始用其他数字跳数的好时机。用 10、11 和 5 跳数都是不错的起点。

步骤30：策略游戏 I

发展阶段: 策略游戏是玩家可以选择产生更好或更坏结果的游戏。这些游戏为孩子们提供了很多东西。特别是，它们自然会激励孩子们解决问题。然而，这些游戏的难点在于它们需要遵守规则并愿意参与有组织的游戏。如果你的孩子还没有准备好进入这种游戏环境，请耐心等待，让他们达到他们准备好的发展阶段。时间还很充足。

要有耐心: 当孩子们第一次准备好玩有组织的游戏并被介绍给一个新游戏时，你可能需要非常耐心。很可能在你尝试玩游戏的前十次中，你的孩子会对所有的棋子感到很有趣，并且做很多与游戏无关的事情。这是一个过程。你的孩子需要熟悉游戏及其棋子，新鲜感需要逐渐消退。你会知道你的孩子何时准备好了，你的耐心是否得到了回报。

玩一玩: 一开始，您的孩子可能真的没有输赢意识，也不明白他们的选择会带来什么不同。没关系。你们只是一起玩。随着时间的推移，随着游戏及其选择变得越来越熟悉，您的孩子将开始意识到他们的选择会带来什么不同，并且他们会关心这些不同。

有时数学是看不见的: 策略游戏并不总是涉及数字部分，但它们无论如何都是数学的。任何策略游戏都提供许多重要的学习机会，有些是数学的，有些不是。如前所述，解决问题是这些游戏培养的技能中的重要技能。批判性思维和逻辑沟通也在发展。遵守规则和轮流做事对社交情感学习非常有益。

第四阶段：我能数到 20!

在此阶段，您的孩子会将他们的计数扩展到 100。随着计数能力的发展，他们需要对两位数的位值有扎实的理解。他们还将掌握所有个位数的加法和减法。这也是一个令人兴奋的时刻，因为他们开始掌握从 1 到 5 的数字的乘法。

- [步骤31：数到100](#)
通过向前和向后数数，增强孩子对这些数字的理解。
- [步骤32：两位数位值](#)
使用展开式帮助孩子理解位值并进行数字比较。
- [步骤33：添加手指](#)
通过简单的方法来学习手指加法。
- [步骤34：手指减法](#)
通过简单的方法来学习手指减法。
- [步骤35：加减补偿](#)
使用补偿法可以简化加法和减法运算。
- [步骤36：10 作为中间点](#)
在加减法中，将10作为中间点。
- [步骤37：以 2、5、10 为单位跳过计数](#)
从任意数字开始，练习这种向上和向下的跳数。
- [步骤38：开始乘法](#)
逐步引入“乘法”和“倍数”这两个词汇，用来描述倍增和跳数。
- [步骤39：将 1-5 乘以 1-5](#)
到这个阶段，您的孩子已经掌握了1到5的所有乘法口诀。
- [步骤40：策略游戏II](#)
讨论策略游戏中的更复杂的策略和思路。

步骤31：数到100

10 的: 当您的孩子从 20 数到 100 时，最难的部分是 10 的变化。这些是需要特别支持和练习的部分。一旦您的孩子知道了 10 的顺序，他们通常很容易填写 1 的变化。例如，他们会很快学会数“70、71、72、73、74、75、76、77、78、79”。

按 10 跳过计数: 当您的孩子在 1 到 100 之间数数时遇到困难，通常是在 10 的过渡阶段。帮助您的孩子摆脱困境的典型问题是：“60 之后是什么？”或“50 之前是什么？”练习以 10 为单位跳过计数以帮助解决这个问题。如果您的孩子可以从 0 到 100 正向和反向数出 10，那么他们将准备好回答关于哪些 10 在下一个或之前的问题。

使用物体: 通过使用一大堆小物体（如鹅卵石）进行练习，让计数更有意义。收集 100 个这样的物体，将它们堆放在一边。当您的孩子从一开始数数时，每次拉一个带有每个数字的物体，并将其包含在当前的物体组中。每当形成一组十个物体时，就将该组放在一个特殊的十位数区域。随着数字的增加，十位数区域将有越来越多的十位数组。等您的孩子数到 50 时，应该有五组十位数和一小堆剩余的个位数。

您也可以反向练习，从十组十开始，然后随着您的孩子从 100 倒数，一次减去一个。

计算两个方向: 孩子们通常能够快速而自如地从 1 数到 100，但反过来数却有困难。从 100 数到 1 会迫使他们更多地思考 10 的过渡，并有助于更好地理解数字。

100 数字图表: 拥有一张从 1 到 100 或从 0 到 99 的十乘十 100 数字表，将帮助您的孩子看到数字的规律。它将特别清楚地说明十位数字保持不变，而个位数字不断变化。

步骤32：两位数位值

数字含义：将两位数视为十位数和个位数是理解和使用这些数字的关键。进行两位数加减运算需要熟练掌握位值概念。通过大量使用实物和书面数字的经验来培养这种理解。

成捆的：拿出你有很多的东西，堆成一大堆，然后把其中的一些分成几捆，每捆十个。例如，让您的孩子从那一堆中收集 23 件。然后让您的孩子将它们分成十个一组。它们将形成两组，每组十件，每组三件。看看当你放入一些额外的物品或拿走一些物品时，这 23 件物品中的十个组会发生什么情况，始终确保任何时候的单件物品不超过 9 件。

展开形式：数字的展开形式是将其写为其位值部分的总和。例如，23 可以写为 $20 + 3$ ，256 可以写为 $200 + 50 + 6$ 。与您的孩子一起练习在数字的正常形式和展开形式之间进行双向转换。指出数字的展开形式与将那么多东西捆成十个一组并剩下个数相同。

用刻度线计数：使用 5 个刻度线组进行计数是人们喜欢做的一件自然的事情，并且与位值密切相关。如果您用刻度线计数 23 个东西，那么您最终会得到 4 捆 5 个东西和 3 个剩余的刻度线。这 4 捆 5 个东西可以重新组织成 2 捆 2 组 5 个东西，这就是我们对 23 的扩展形式视图。

跳过计数：跳过各种数字的计数是一种通过加减一位数和两位数来建立心理练习的方法。虽然这是一种很好的练习方法，但这确实需要一些心理步骤，并不是每个孩子现在都准备好了——不必着急。以下是两个例子。经过大量练习，这些思考步骤将成为自动化的。

从 23 开始，每次向上跳数 8。将 23 视为 20 加上 3。使用 10 的数字键，3 需要再加 7 才能组成 10 组。使用所加 8 中的 7，这样 3 加 7 就形成另一个 10 组。因此， $23 + 8$ 变成 $20 + 10 + 1$ ，即 31。

从 23 开始，每次向下跳过 5 个数。将 5 分成 3 和 2。要减去 5，我们首先要减去 3，然后减去 2。23 减去 3 得到 20，我们将其视为 $10 + 10$ 。从其中一个 10 中减去剩下的 2 得到 8，所以我们的答案是 $10 + 8$ ，也就是 18。

步骤33：添加手指

用手指计数: 使用此方法可以将任何一位数加到任何数字上。这种方法使用孩子的手来跟踪要添加的一位数。它利用计数来找到最终总数，以及您的孩子识别手指数量的技能。

例子: 以 $8 + 7$ 为例。我们可以使用任意一个数字作为起始数字，但如果我们从较大的数字开始，即本例中的 8，那么速度会更快，工作量也会更少。开始时不要举起手指，双手握拳。您的孩子将从 8 开始数数，每次提到一个新数字时，您的孩子都会举起另一根手指。因此，从“8”开始，不举起手指，孩子继续数数，说“9、10、11、12、13、14、15”，同时每次多举起一根手指。您的孩子会在 15 处停止，因为他们会意识到自己在那时已经举起了 7 根手指。

任意起始数字: 请注意，您的孩子可以将该方法用于任何起始数字。此示例同样适用于 $58 + 7$ 的加法。

它很可靠，但将被取代: 这种方法最终将被其他方法取代，但就目前而言，它是可靠的，并且可以确保您的孩子在需要时始终能得到正确的答案。

步骤34：手指减法

两次减法: 减法的两种模型，减法和差法，都很重要，都需要练习。以下是使用孩子的手来跟踪部分计算的方法。与使用手指的手指加法一样，这些方法利用了孩子识别手指数量的技能。我们将使用 $14 - 8$ 作为这两种方法的示例。

用手指拿走: 此方法使用倒数来从任何数字中减去一位数。让您的孩子握紧拳头，然后说“14”。从14开始倒数，您的孩子每数一个新数字就举起一根手指：“13、12、11、10、9、8、7、6”。当您的孩子看到自己已经举起8根手指时，他们会停在6处。

手指有区别: 此方法使用“继续数数”来找出任意两个数字之间的个位数差。让您的孩子握紧拳头，然后说“8”。从8开始继续数数，您的孩子每数一个新数字，就多举起一根手指：“9、10、11、12、13、14”。当您的孩子数到14时，他们看着手指，发现差值为6。

可靠但将被取代: 这些方法最终将被其他方法取代，但目前这些方法是可靠的，并且可以确保您的孩子在需要时始终能够得到正确的答案。

步骤35：加减补偿

比你想象的更实用、更简单：补偿是一种有用的心算工具，可以简化各种大小的加减运算。理解它还可以提高加减运算的数字感。它比听起来简单得多。

例如，假设您要将 $99 + 15$ 相加。您会发现 99 只需再加 1 即可得到 100 ，而 100 比 99 更容易处理。因此，您需要将 1 从 15 移到 99 —— 这样一来，总数将保持不变，但它们的分布方式更容易处理。这个问题变成了 $100 + 14$ ，这很容易做到。这就是我们要做的事情。

加减补偿：其思想是增加或减少一些小数，使其中一个数字更容易处理。我们通常会将其中的一个数字变成 10 的倍数。假设您要将 $8 + 7$ 相加。 8 只需再增加 2 即可变成 10 ，因此从 7 中减去 2 。这样 $8 + 7$ 就变成 $10 + 5$ ，这很容易。我们也可以通过将 3 加到 7 上使其成为 10 来解决这个问题。在这种情况下，我们会将 $8 + 7$ 变成 $5 + 10$ 。

更多附加补偿：在加法问题中，还有其他使用补偿的可能性。以 $6 + 8$ 为例。 6 可以将 8 的乘积减去 2 ，使这个问题变成 $4 + 10$ 。但是， 8 可以将 6 的乘积减去 1 ，使这个问题变成 $7 + 7$ ，这是一个加法双胞胎问题。挑战彼此，想出解决给定加法问题的不同方法。

补偿减法：对于减法，我们将从两个数字中加上或减去相同的量。这将保持它们之间的距离相同，但会使它们更容易处理。通常，这意味着将我们要减去的数字变成 10 的倍数。假设我们要减去 $13 - 8$ 。如果我们将 2 加到两个数字上，那么它们之间的距离保持不变，但现在我们要减去 $15 - 10$ ，这很容易。同样，如果我们被要求做 $17 - 13$ ，我们可以从两个数字中减去 3 ，然后将其变成 $14 - 10$ 。或者，我们可以从两个数字中减去 10 ，然后将其变成 $7 - 3$ 。

步骤36: 10 作为中间点

10 的分解组合: 数字 10 通常是一个方便的心算中间点, 用于解决涉及 10 以上的数字的加减问题。您的孩子应该熟练掌握 10 的数字键, 才能充分利用这些方法。

10 以上的加法: 假设您的孩子要解决加法问题 $5 + 7$ 。用 7 得到 10 的数字组合是 3, 因此您的孩子可以使用 5 中的 3 得到 10。剩下的 5 中的 2 将使总数达到 12。关键是将 5 分成两部分, 3 和 2 - 一部分将 7 加到 10, 另一部分加到 10 上。这道题也可以用另一种方式来解决。7 可以分成 5 和 2 - 5 加到原来的 5 得到 10, 然后 2 加到 10 得到 12。

注意, 这与做加法补偿的思路类似。

从大于 10 的数字中减去: 让我们以 $12 - 7$ 为例。我们可以将其作为一道带走题或差分题来做。

作为一个带走的问题, 我们将使用 7 中的 2 将 12 减少到 10。然后我们用剩下的 7 中的 5 将 10 减少到 5。我们将 7 分成 2 和 5, 以便能够使用 10 作为沿途的中间站。

作为差分问题, 12 和 7 之间的总距离为 12 和 10 之间的距离加上 10 和 7 之间的距离。12 和 10 之间的距离为 2, 10 和 7 之间的距离为 3, 因此总距离为 2 加 3, 即 5。

步骤37：以 2、5、10 为单位跳过计数

简单的: 此时，您的孩子应该能够熟练地以 2 为单位跳数，从任意位置开始，然后增加或减少。如果您的孩子还没有开始，现在是时候将其扩展到以其他数字跳数了。最简单的两个方法是以 5 和 10 为单位跳数。

以 10 为单位: 以 10 为单位跳数不仅简单易行，还能练习位值。您的孩子很快就会意识到，如果他们从 3 开始以 10 为单位跳数，所有数字的个位都会是 3，唯一改变的是十位。如果您有 100 的图表，请使用它向您的孩子展示图表中一列中的所有数字都是向下或向上的。

以 5 为单位: 孩子掌握了以 10 为单位的跳数后，就可以开始以 5 为单位的跳数了。当孩子以 5 为单位跳数时，他们会很高兴地看到，每个数字之间的间隔都是 10，就像他们以 10 为单位跳数一样。

与其他人一起尝试: 不用着急数其他数字。以 9 为单位跳过计数会很有趣，因为每增加一步个位就会变小一位，而十位就会变大一位。以 11 为单位跳过计数相当容易。

玩得开心: 你可以把这个活动做成两人或多人一起做。一个人说出一个数字，然后跳多高，以及是往上跳还是往下跳。然后让每个人轮流说下一个数字。

步骤38：开始乘法

新词: 在第 4 阶段的后半段，涉及加倍的学习步骤描述了开始使用“乘”和“倍”这两个词。如果你还没有这样做，请开始越来越多地使用这些词。现在你有很多情况可以使用这些词。

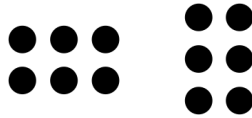
翻倍和三倍: 加倍是乘以 2，三倍是乘以 3，你应该开始这样称呼它。如果你要将某个数字加倍，比如 4，请让你的孩子将其乘以 2，或者问他们 2 乘以 4 等于多少。他们拥有所需的所有工具，只需适应新的措辞即可。

跳过计数正在增加: 如果您的孩子从 0 开始跳过 5 的计数七次，那么您的孩子将有七个 5。这相当于将 7 乘以 5。从现在开始，任何时候要求您的孩子做乘法题时，他们都可以跳过计数来找到答案。随着时间的推移，他们会有更好的方法来找到答案，但这是他们目前可以使用的安全方法。

步骤39：将 1-5 乘以 1-5

是兴奋的: 您的孩子现在掌握了将 1 到 5 之间的任意数字乘以 1 到 5 之间的任意数字所需的所有工具。这对于年幼的孩子来说是一个令人兴奋的地方。让我们回顾一下他们所知道的所有支持这一点的知识。

顺序无所谓: 当你做乘法时，无论你是将 3 乘以 4 还是将 4 乘以 3，结果都是一样的。这可以节省大量工作，并允许你的孩子选择他们最喜欢的乘法方式。例如，如果他们想通过将 5 翻倍来计算 2 乘以 5，这很好。但是，如果他们更喜欢跳过 2 的五次计数，那也是可以的。



让您的孩子看一张有 2 行 3 个点的图片。无论是 2 行 3 个点，还是 3 行 2 个点，总共都是 6 个点。您只需将图片旋转一半即可看到它们是同一张图片。

乘以 2 就是加倍: 乘以 2 与加倍相同，因此您的孩子已经具备了该技能。

乘以 3 就是加倍再加一: 如果您有 3 个东西，那么这相当于有 2 个然后加 1。如果您的孩子需要将 3 乘以 4，他们可以将 4 乘以 8，然后再加 1 个 4，得到 12。或者，如果您愿意，您也可以跳过 3 的计数四次，或跳过 4 的计数三次。

乘以 4 就是翻倍两次: 如果要得到 4 个某数，先将其翻倍得到 2 个，然后再翻倍得到 4 个。例如，要将 4 乘以 5，先将 5 翻倍得到 10，再将 10 翻倍得到 20。

通过跳数乘以 5: 以 5 为单位跳过计数非常有趣，这可能是首选方法。此外，所有 5 都以 0 或 5 结尾，因此非常容易记住。

步骤40：策略游戏II

这些游戏的价值: 策略游戏是玩家可以选择更好或更坏结果的游戏。这些游戏在数学方面为孩子们提供了许多东西，即使没有明确的数字内容。特别是，它们自然而然地激励孩子们解决问题。

尼姆游戏简介: 现在您的孩子已经玩策略游戏一段时间了，是时候研究如何从中获得更多乐趣了。让我们以尼姆游戏为例。这个游戏有一些非常简单的规则：选择一个起始数字，比如 10，然后选择一个人先走。玩家轮流选择从累计总数中减去 1 或 2。减去 0 的人获胜。算术很简单，但策略很有挑战性。

从经验中学习: 如果你想象自己正在与一个非常有能力的对手玩游戏，那么游戏就会变成一个难题。无论对手玩得多好，我如何才能找到让我有最大获胜机会的举动？一种策略是多次玩游戏，并注意哪些似乎有效，哪些无效。这种方法是一个很好的开始，它确实提供了观察和洞察的机会。这可能是一种缓慢的学习方法，而且在复杂的游戏中可能很难找到模式——想象一下，如果我们为尼姆游戏选择的起始数字是 100，那么所有的可能性！

解决尼姆游戏: 我们能否预测几步并以此找出好的举动？从 10 开始很难做到这一点。如果我们从 5 开始，这很容易做到。如果我们减去 2，新的数字将是 3。无论此时对方是减去 1 还是 2，我们都会赢。所以，如果我们处于数字 5，我们就知道如何取胜。其他较小的起始数字会发生什么？我们能否找到一种模式来告诉我们哪些起始数字会赢，哪些会输？我们能解释为什么这种模式是正确的吗？

目标: 如果我们遵循这条攻击路线，我们将完全解决如何玩尼姆游戏的问题。对尼姆游戏有效的方法可能对其他游戏也有效，也可能无效。这就是解决问题的方法，每个新问题都会带来新的挑战和对新想法的需求。这就是乐趣所在。向您的孩子分享这种困惑和接受挑战的态度。当他们玩策略游戏时，与他们讨论他们的想法，看看在那一刻什么会更好或更坏。重点不在于找到完美的举动，而是享受寻找它并与可以与他们分享想法的人讨论它。

第五阶段：我能数到 100！

在这个阶段，计数会发展到 100 以上的三位数。位值的概念变得越来越重要，使用数字的扩展形式可以使许多这些概念更加清晰。既然已经掌握了个位数的加法和减法，现在是时候学习个位数的乘法和除法了。

- [步骤41：3位数](#)
通过将展开式扩展到三位数，来加深对位值的理解。
- [步骤42：两位数加/减](#)
通过使用展开式来理解两位数加法和减法的原理。
- [步骤43：跳过 2 到 10 的计数](#)
从任意数开始，练习以2到10之间的任何数进行上下跳数。
- [步骤44：乘法 - 2、4、8、5、10](#)
这些练习涉及倍增和5的倍数，学习起来很简单，为理解其余的数字打下了良好的基础。
- [步骤45：乘法 - 3、4、6、9、11](#)
利用多一个或少一个的概念，基于之前学习的数字来掌握这些内容。
- [步骤46：一位数乘法](#)
您的孩子现在会掌握所有的个位数乘法了！
- [步骤47：除数、因数和倍数](#)
引入“除数”、“因数”和“倍数”的概念。
- [步骤48：素数、合数和幂](#)
了解质数、合数和单位。练习质因数分解——这些通常包括重复的因数，这是学习数的幂的好机会。
- [步骤49：事实家族II](#)
按家庭将乘法和除法的知识分组。
- [步骤50：一位数除法](#)
通过跳数练习、乘法口诀学习和事实家庭，能够更顺利地掌握有余数和无余数的除法。

步骤41：3位数

许多物体: 对于年幼的孩子来说，将数学概念与实物联系起来往往是最好的方法。这里的困难在于，一开始就很难拥有数百个物体，而且处理如此庞大的集合也很麻烦。除了拥有一组个数和十个个数的物体外，一种策略是使用符号占位符来表示大组，例如 100 个。你可以准备几张纸或木头，上面写上“100”。

使用物体: 练习让您的孩子使用按个位数、十位数和百位数分组的物体来表示各种数量。例如，询问如何使用这些物体表示 325。包括 206、430 和 500 等示例，这些示例在一个或多个类别中没有东西。此外，列出个位数、十位数和百位数的集合，并让您的孩子说出这个数量的数字。

使用扩展形式: 一旦您的孩子完全理解了数字和数量之间的联系，就可以开始使用数字和扩展形式来表示数字。以 325 为例。用百位数、十位数和个位数表示它，然后使用数量表示法以扩展形式写出数字，即 $325 = 300 + 20 + 5$ 。以相反的方向进行同样的练习，写出 $100 + 40 + 6$ ，用物体的百位数、十位数和个位数的物理组来表示它，然后询问总数是多少。

步骤42：两位数加/减

个位数: 简单介绍一下如何操作两个两位数，其中一个是个位数。练习用两位数加或减一位数的最佳方法之一是使用各种跳跃大小进行跳跃计数，向上或向下，从任意数字开始。当其中一个数字是个位数时，以下两个两位数的方法当然有效。

使用物体: 使用实物来巩固孩子的理解始终是一个好主意。首先用十位数和个位数来表示这两个数字。

添加: 如果要将两个数字相加，请将所有数字组合在一起并讨论结果。如果要将两个数字相加，例如 23 和 45，那么只需这样做即可。但是，如果要将 23 和 48 相加，那么两组 1 至少会形成一组 10。讨论一下这会如何将您拥有的 10 的总数从 6 变为 7。这称为重组。

减法: 如果要减法，首先从较大的数字中减去要减去的十位，然后尝试减去适当数量的个位。例如，如果要从 45 中减去 23，那么个位就足够了，您就完成了。如果个位不够，例如要从 45 中减去 28，那么讨论如何将十位组中的一组拆分并包含在个位中。45 的原始分组为 4 个十位和 5 个个位，变为 3 个十位和 15 个个位。这也称为重新分组。

使用扩展形式: 使用物体进行两位数加减运算，直到您的孩子彻底理解该过程以及为什么在需要时重新分组是有意义的。此时，转到用展开形式的数字表示加减运算。当使用展开形式的数字时，过程和步骤与使用十位数和个位数时完全相同 - 这就是重点。

实现自动化: 随着时间的推移和大量的练习，你的孩子将不再需要使用十位和个位或扩展形式。然而，就像其他许多事情一样，不必着急达到这一点——它会随着练习而来。

步骤43：跳过 2 到 10 的计数

实践: 练习从任意位置开始，以 2 到 10 之间的任意数字为单位进行上下跳数。这对于学习乘法和除法非常有用，这并不奇怪。它对于提高心算加减法也很有帮助。跳数的好处之一是，只要你有空闲时间，就可以在任何地方、任何时间进行。

100 图表上的模式: 寻找孩子跳过计数时出现的规律。使用 100 图表最容易做到这一点，但您也可以通过将数字写在一列中并观察个位和十位数字在列中向下移动时发生的情况来做到这一点。有些数字（例如 8 和 9）的个位数字有有趣的规律，而其他数字（例如 3）则不那么有趣。

让事情变得有趣: 你可以把这个活动做成两人或多人一起做。一个人说出一个数字，然后跳多远，并说明是往上跳还是往下跳。然后让每个人轮流说出下一个跳数。

步骤44：乘法 - 2、4、8、5、10

良好的框架: 这些数字通常很容易学，而且一旦学会，它们就可以为学习剩余的数字提供一个很好的框架。

乘以 5 和 10: 学会如何乘以 10 很容易，这对于理解位值很重要。它还可以使学习如何乘以 5 变得更容易。

5 可以通过跳过 5 的计数来学习，直到它们成为自动的，或者可以使用 10 来学习。如果你将 6 乘以 5，那么你将得到 10 的一半。6 的一半是 3，所以答案是 30。如果你将 7 乘以 5，你需要将其中一个 5 放在一边，然后像 6 乘以 5 那样继续。6 乘以 5 的答案是 30，然后加上保留的 5 得到答案 35。

乘以 2、4 和 8: 这三项可以通过多次加倍来完成。您的孩子应该已经练习过多次加倍和乘以 2。乘以 4 可以通过跳过计数或将乘以 2 的答案加倍来实现。例如，4 乘以 3 是 2×3 的两倍，因此答案是 6 的两倍，即 12。乘以 8 可以通过跳过计数 8 或将乘以 4 的答案加倍来实现。

步骤45：乘法 - 3、4、6、9、11

几种策略：这些被归类在这里是因为它们可以通过多一或少一的方法来做，稍后会介绍。但是，其中一些可以用其他方式来完成。如果您的孩子喜欢这种方法，它们都可以用跳数来完成。乘以4是乘以2的两倍。乘以6是乘以3的两倍。乘以11非常简单，几乎不需要任何练习。

乘以9有一个特殊规则，有些孩子很喜欢。以6乘以9为例。答案是，在十位上放置一个比数字少的数字（即5），然后用9减去十位得到个位（即4）。所以6乘以9等于54。正如你所见，这与从6乘以10中减去6没什么不同，但不知何故感觉更有趣。

多一个，少一个：使用多一或少一的思想，根据你现在知道如何乘以的其他数字来学习这些。数字3、6和11比你已经知道的数字多一。例如，6乘以7比5乘以7多一个7。所以6乘以7等于7 + 35，也就是42。

4和9比您已知的数字少1。例如，4乘以7比5乘以7少1。因此4乘以7等于35 - 7，也就是28。

步骤46：一位数乘法

缺失的部分: 如果您的孩子记住了剩下的一两个乘法事实，他们就会知道所有个位数的乘法！例如，他们可能还不知道 7 乘以 7 等于多少。与双胞胎加法类似，平方对许多孩子来说是一个有趣的类别，这些可以自己练习。保持所有这些练习轻松愉快，不要太以目标为导向。

把所有内容整合在一起并记住: 一点一点地，通过反复练习和接触，你的孩子会记住所有的乘法事实。虽然让这些最终对你的孩子来说变得容易和自动很重要，但这并不一定需要很快发生。更重要的是你要让这件事变得有趣，让你的孩子喜欢看到各种乘法事实是如何相互关联的——哪些是其他乘法事实的两倍或一半，哪些比其他乘法事实多一或少一，哪些乘法事实的个位数有有趣的模式。

有限且有趣的抽认卡: 谨慎而轻松地使用抽认卡或类似的东西会很有帮助。如果您的孩子很难记住一些乘法表，请列出这些乘法表，以便他们可以自己进行简短的练习。

步骤47：除数、因数和倍数

除数和约数: 如果一个数能整除另一个数，那么它就被称为该数的约数。例如，3 是 6 的约数，因为 3 能整除 6 的 2 次。4 不能整除 6，因为它能整除 6 的 $1\frac{1}{2}$ 次。因数与约数含义相同。

公约数: 在某些数学情况下，特别是在简化分数时，找到可以整除两个给定数字的数字很有用。这样的数字称为公约数或公因数。20 和 8 的公约数是 1、2 和 4。您可能会喜欢一起探索为什么一对数字的所有公约数都是最大公约数的公约数。

倍数: 一个数的倍数是该数与一个整数相乘后得到的数。例如，6 的一些倍数是 0、6、12 和 18。请注意，任何数的倍数都以该数为除数。例如，6 的每个倍数都以 6 为除数。

公倍数: 如果一个数是两个给定数的倍数，则称该数为这两个数的公倍数。6 和 4 的一些公倍数是 0、12、24 和 36。请注意，所有公倍数都是最小正公倍数的倍数。公倍数在加减分数时很有用。

介绍这些词: 在讨论涉及乘法和除法的情况时，慢慢向孩子介绍这些新词。一旦理解了这些词，它们就很有用，可以简化许多讨论。

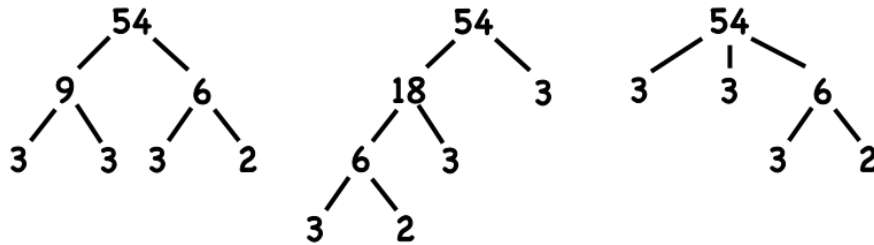
步骤48：素数、合数和幂

素数: 素数对于理解整数的乘法和除法至关重要。如你所见，素数是使用乘法的数字的构成要素。素数是大于1的数字，其唯一除数是1和它本身。数字2、3、5、7和11是前几个素数。

合数和1: 正整数有三种：1（称为单位）、质数和合数。合数可以看作是由质数构成的。例如，12是2乘以2乘以3。每个大于1的数字要么是质数，要么可以唯一地写成两个或多个质数的乘积。

质因数分解: 真正了解质因数分解对孩子的孩子即将学习的数学的许多部分都非常有帮助。重复对数字进行质因数分解，直到20甚至30，是了解这些因数分解的一个很好的练习。只需按以下顺序浏览数字列表：1 - 单位，2 - 质数，3 - 质数，4 - 2乘以2，5 - 质数，6 - 2乘以3，7 - 质数，8 - 2乘以2乘以2，9 - 3乘以3，10 - 2乘以5。

幂: 质因数分解通常涉及重复的质因数，因此这是学习幂并练习幂的好时机。说“2的四次方”比说“2乘以2乘以2乘以2”更快、更容易理解。2的平方意味着2乘以2，2的立方意味着2乘以2乘以2。



因子和因子树: 对于较大的数字，质因数分解可能不是立即显而易见的。对于这些数字，找到其中一个因数，并利用它将问题分解成更简单的部分。例如，54是9乘以6。因为9是3的平方，而6是2乘以3，所以我们可以将它们放在一起得到54是2乘以3的立方。这个过程有时被称为制作因数树，上图是创建54的因数树的三种可能方法。

步骤49：事实家族II

家庭: 在第 3 阶段，我们探索了连接加法和减法的事实系列，并看到了它们对于理解这两个运算之间的相互联系有多大用处。与对加法和减法所做的类似，将乘法和除法事实按系列分组，以加深对它们的理解。例如， $3 \times 4 = 12$ 、 $4 \times 3 = 12$ 、 $12 / 3 = 4$ 和 $12 / 4 = 3$ 形成一个事实系列。

乘法和除法是相关的: 对于 $3 \times 4 = 12$ 这一事实系列，使用一个 3×4 的矩形来形象化这种相互联系。这个矩形的面积是 12，即 3 乘以 4 或 4 乘以 3（即其宽度乘以长度）。要得到宽度为 3 的矩形的面积为 12，其长度必须为 4。要得到长度为 4 的矩形的面积为 12，其宽度必须为 3。所有这些事实都联系在一起。

乘法和除法互相抵消: 我们继续使用 3 乘以 4 的例子。如果我们从 3 开始并将其乘以 4，则结果为 12。如果我们随后将 12 除以 4，结果又回到 3。乘以 4 然后除以 4 又回到我们开始的位置。

类似地，如果我们取 12 并除以 4，答案是 3。如果我们再将 3 乘以 4，答案是 12，也就是我们开始的地方。除以 4 然后乘以 4 会回到开始的地方。

步骤50：一位数除法

你已经预备了道路: 跳过计数、学习乘法表和事实系列将为有余数和无余数的除法铺平道路。在开始一般的个位数除法之前，应该掌握和理解所有这些技能。

无余数: 除数为整数且无余数的除法题大多由您的孩子通过识别相应的乘法事实来完成。例如，如果要求他们将 36 除以 4，那么记住 4 乘以 9 等于 36 就能直接得到答案。但是，如果该方法对给定问题不起作用，那么他们应该使用下一种方法。

猜测和跳过计数: 假设您的孩子被要求用 29 除以 4。您的孩子在涉及 4 的乘法运算中找不到 29，因此他们希望找到一个小于 29 的可行结果。让您的孩子猜一个小于 29 的 4 的倍数。他们可能会猜 24，即 4 乘以 6。然后他们可以跳过计数，直到碰到 29。在这种情况下，这意味着前进到 28，即 4 乘以 7。看到他们必须停在那里，他们得出的答案是 29 除以 4 等于 7，余数为 1。

检查答案: 检查答案是让孩子养成的好习惯。在最后一个例子中，我们认为我们发现 29 除以 4 等于 7，余数为 1。通过将 4 乘以 7 得到 28，然后加 1 得到 29 来检查这一点。所以一切都正确！