

# 數學學習步驟

這是一個關於您的孩子在其數學世界中成長和發展的簡要描述集合。其目的是介紹每一個學習步驟，並提供每個步驟如何建立在早期步驟的基礎上，為未來的步驟奠定基礎的感覺。它不具備培訓學校數學教師所需的完整性和深度。我們將早期的數學學習分為以下幾個階段。與這些階段相關的年齡隻是近似的，不同環境下的孩子會有很大的差異。

- [第一階段：我能聽見你！— 0 至 3 歲](#)
- [第二階段：我能數到 5！— 2 至 5 歲](#)
- [第三階段：我能數到 10！— 3 至 6 歲](#)
- [第四階段：我能數到 20！— 4 至 7 歲](#)
- [第五階段：我能數到 100！— 5 至 8 歲](#)

每個階段的名稱都旨在錶明開始該階段的簡單識別技能水準。這種簡單的結構並不適合每個孩子，但它確實為您應該從哪裏開始提供了有用的指導。在接下來的頁麵中，我們將每個階段分為十個學習步驟的順序。

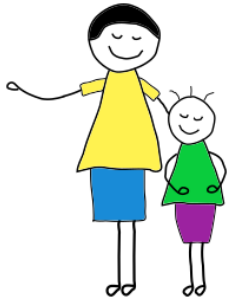
# 第一階段：我能聽見你！

該階段從 4 到 6 個月開始。讓您的孩子接觸各種各樣的體驗非常重要。即使您的孩子有有表現出理解您的外在跡象，也要開始與您的孩子交談。養成指嚮和描述各種事物的習慣。當您的孩子開始對您的話作出反應時，開始混入一些讓您的孩子回應的問題。當您的孩子開始理解物體有屬性時，開始指出使事物相似或不同的屬性。這些屬性對於玩圖案遊戲也很有用。最後，開始用多種屬性來描述形狀。本階段的數學學習步驟如下：

- [步驟1：數學對話——盡早開始且頻繁做](#)  
持續指出和描述事物對孩子的成長非常重要。在孩子還未表現出理解之前，就應該開始這樣做。
- [步驟2：數學對話——在家裏](#)  
在家裏有很多可以討論的數學話題。
- [步驟3：數學對話——外出時](#)  
可以在商店、公園和其他很多地方談論數學，數學就在我們生活中的每個角落！
- [步驟4：數學對話——描述、比較](#)  
使用描述、比較和空間關係的詞匯與孩子交流——這就是數學！
- [步驟5：數學對話——計數](#)  
每當有機會時，和孩子一起數數。
- [步驟6：數學對話——指出、描述和提問](#)  
嚮孩子提問一些可以通過動作或指點做出非語言回應的問題。
- [步驟7：物體屬性](#)  
您的描述和遊戲應該開始包含物體的多種屬性。
- [步驟8：相同和不同](#)  
討論事物的相同或不同之處來自哪些屬性。
- [步驟9：圖案](#)  
開始進行有關識別、創建和延續模式的遊戲活動。
- [步驟10：基本形狀 I](#)  
介紹幾何概念和物體，以及簡單形狀的名稱。

# 步驟1：數學對話——早期且頻繁

**接觸：**在這些早期年間，一切都與接觸有關！您的孩子正在接觸各種各樣的體驗，並在他們感知的一切中發現模式。作為讓您的孩子接觸世界的一部分，讓他們接觸數學詞匯和思想。讓他們看到一起玩數學是多麼有趣。



**早點開始：**即使在您的孩子似乎理解您的話之前就開始這樣做。您的孩子就像海綿一樣，從您的話中獲取比您意識到的更多的東西。

**指點和描述：**指嚮您的孩子接觸到的事物，並用涉及數字、形狀和顏色的詞匯來描述它們。如果您處理的是小數量的事物，請為您的孩子大聲數出來。

## 數學對話的多個方麵

數學對話不僅僅是數字。

- 描述事物。談論大小、顏色、紋理、形狀、柔軟度、濕度、溫度、亮度等等。命名和描述屬性是比較它們和發現模式的基礎。
- 使用比較詞匯。更大、更小、最高、最寬、更多、更少、相同等 ...
- 使用位置詞匯。上、下、之間、附近、遠處、上方等 ...
- 談論空間和時間中的模式和順序。用第一個、第二個、第三個和最後一個來指順序。談論剛發生的事情、即將發生的事情和今天發生的事情。談論您看到的設計中的模式。
- 大聲數數並說出數字來錶示數量。
- 使用測量詞匯。描述大小時使用長度、麵積、重量和體積的詞匯。

**這都是數學：**這些不同方式的描述和討論都是數學。建造詞匯和概念可以在數學方麵幫助你的孩子。這也會很大程度上幫助你的孩子理解並且討論世界上的一切。

## 步驟2：數學對話——在家裏

當您和孩子一起進行日常家庭活動時，您會與孩子進行許多有關數學的對話。

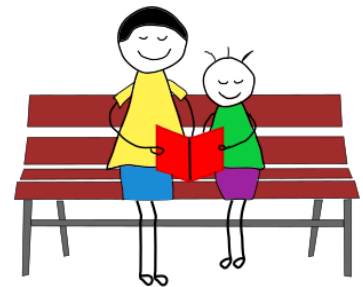
**收拾東西:** 討論哪些東西應該放在一起。形狀相同的東西可以放在一起嗎？圓形或三角形的東西有特殊的位置嗎？

**衣服:** 如果你正在整理即將洗或剛洗過的衣服，可以談談☑色、形狀和尺寸。在挑選或收拾衣服時，可以談談為什麼有些衣服放在一個地方，而其他衣服放在其他地方。

**準備去睡覺和起床:** 這些時間適合討論按順序做事，並練習諸如第一、第二、第三、最後和下一個之類的單詞。

**邊讀邊討論:** 講故事時間是與孩子在舒適的環境中做數學題的絕佳機會。談論圖片中的人物和事物。如果有一個黃色的大太陽，指著太陽說：「太陽是圓的，是黃色的。這個房間的牆也是黃色的。指著這個房間裏的圓形物體。」

隨著孩子年齡的增長，可以通過指嚮來一起數數，比如圖片中的黃色花瓣，或者讓孩子指嚮您描述的東西。



**食物:** 無論是收拾食物、烹飪食物還是為用餐時間準備食物，都有很多機會使用數學。不同種類的食物應該放在特定的地方——這是使用關係詞（如裏麵、下麵和上麵）的好時機。

烹飪包括測量數量、討論烹飪時間長度以及描述食物的預期效果。準備就餐時需要準備適當數量的食物，以便每個人都能得到自己需要的食物。

**玩物品:** 在為遊戲或其他用途構建物品時，比較物體。哪一個更高？你能把一個東西做得更高、更寬、更大或與另一個東西一樣嗎？描述並比較你擁有的或圖片中的東西的大小、數量和☑色。

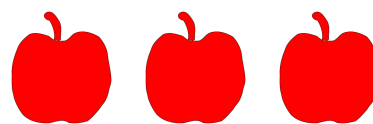
## 步驟3：數學對話——外出時

**形狀:** 您可能看到建築物設計中的一個圓圈，並要求您的孩子指出他們看到的其他圓圈，例如交通信號燈中的圓圈。交通標誌和商店招牌提供了大量可供您描述和命名的形狀。一旦養成尋找它們的習慣，您就可以找到並談論無數的形狀、☒色和計數。

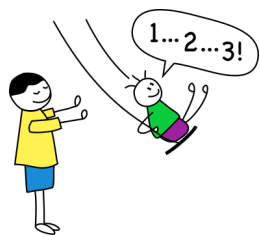


**旅行:** 旅行時，有很多數學話題可以討論。如果你看到一輛有點不尋常的紅色汽車，你可以指出它，並計算出其他類似的紅色汽車的數量。詢問更大、更小、更薄和更寬的事物，例如建築物、窗戶、樹木和人。哪些事物比其他事物更近，哪些事物更遠？

**在商店裏計數:** 談談你需要多少個蘋果，並在挑選時數出它們的數量。數一數你前麵排隊的人，並將其與其他隊伍的長度進行比較。



指出水果的形狀或食物盒上的圖案。談談為什麼有些東西裝在盒子裏，而其他東西裝在圓瓶裏。你可能需要把某樣東西放在高架子上，或者把某樣東西放在低架子上。有太多東西可以描述和比較！



**在公園裏:** 數一數孩子的數量、建築物或樹木的數量，或其他任何東西的數量。評論一下哪裏某樣東西比另一樣東西多。

**蕩秋千:** 將孩子推到可以來回擺動的東西上是與孩子一起數數的絕佳機會。每推一下，就數「1、2、3、4、5」。孩子開始學會數到5後，從5開始倒數也是一個好主意。有時可以從0開始或結束。

指出公園裏的圓形、☒線、直線、三角形和矩形。談談有些東西是如何位於其他東西之上、之下、之間或之上的。

## 步驟4：數學討論——描述、比較

**除了數字之外，還有重要的數學：**描述和比較事物是幫助孩子學習早期數學的重要部分。當孩子們做數學時，他們會利用關於物體屬性的想法來幫助他們處理這些物體，例如對它們進行分組或用它們尋找模式。這些技能也會在孩子開始學習閱讀時有所幫助。

**指出、描述和比較：**無論身在何處，都要養成指嚮引起您或您孩子註意的事物，然後描述它們的習慣。利用機會將這些事物與其他事物進行比較，使描述更有意義。談論兩件事如何相同或不同。

**永遠不會太早：**從很小的時候起，您的孩子就開始從他們所看到、聽到、嘗到、觸摸到和體驗到的一切中學習。通過數學談話來豐富這些經驗。在他們做出任何反應之前，他們就已經從您的話語中受益匪淺。最終，他們會從您的話語中總結經驗，並開始嚮您錶明他們理解這些經驗。

**揭露，但不要著急：**不要將早期接觸與教學混為一談。孩子在發育成熟後會將他們的經歷中的模式整合在一起。例如，您不能通過嚮孩子解釋來教他們數到 5——您隻能一遍又一遍地嚮他們展示您的計數方式，直到他們開始理解為止。永遠不要不耐煩或強迫他們更快地理解——他們有很多東西要學，他們自然會想要理解這一切。

**搜尋遊戲：**玩一個尋找周圍物體的遊戲。利用這個遊戲來練習孩子正在學習的概念，例如☐色、大小（大、中、小）、重量（重、輕）、數量和關係（內部、頂部、下方）。

你們其中一人告訴另一人，他們看到一個圓形的東西放在棕色的東西上麵。另一人試著找出那是什麼。如果他們找不到，就會給出更多線索。



## 步驟5：數學討論——計數

**計數、數字和數量:** 大多數人想到早期數學時首先想到的是計數和數字，它們是最容易聯係和理解的。計數也很容易在孩子麵前用語言錶達。由於需要同時進行多項練習，因此對孩子來說，這可能比您想象的要複雜得多。

- 正嚮和反嚮計數，有時包括 0
- 學習數字
- 學習數量

**重複這一過程:** 一開始，你在孩子麵前數數會讓孩子開始按順序重複數字。如果他們漏掉了一些數字，或者說出了錯誤的順序，請不要感到驚訝。如果他們犯了這些錯誤，不要太在意；隻要正確地說出數字，然後繼續。這都是過程的一部分，他們最終會以正確的順序學習數字。

**有時倒數:** 倒數可以幫助孩子理解順序。這有助於避免他們發出毫無意義的聲音序列，而這些聲音會讓成年人感到高興。幾乎任何時候你都可以這樣做。例如，如果你有三個蘋果要拿走，那麼在你拿走每個蘋果後，從三開始倒數。

**有時包括 0:** 有時從 0 開始計數，有助於讓 0 成為公認的數字和數量。您也可以倒數到 0。倒數到 0 非常適合即將發生的事件，例如十秒後。您可以倒數到 0，然後說「Blastoff」或類似的話。

**理解數量:** 對於成年人來說，如果你數一堆東西，比如說四塊鵝卵石，當你數「1、2、3、4」時，你說出的最後一個數字就是你擁有的東西的數量大小，這是完全直觀的。你的孩子正在學習一些關於計數和數量的知識。他們正在對數量產生理解。他們正在學習當他們數東西時，他們會將東西和他們所說的數字一一對應。他們正在學習計數的順序並不重要。最後，他們正在學習「最後一個數字是大小」的規則。成年人認為這些事情是理所當然的，但對於孩子來說，學習這些事情是很重要的。要有耐心，記住不要著急。

**算一切:** 有太多東西需要數。椅子、走一小段距離需要走多少步、食物、排的人、一群人、桌子周或房里的家具、手臂、腿，有知道有什麼。每當你自己在心裡數某東西，就在孩子面前大聲數，一定要有倒數，有包括 0。

## 步驟6：數學對話——指出、描述和提問

**回應:** 一旦您的孩子能夠回應您的話語，您就可以開始提問。您的「指出並描述」數學談話現在將變成指出、描述和詢問。甚至在您的孩子能夠說話之前，他們就會開始用非語言方式回應您，因為他們開始理解您的話語。

**問問題:** 使用這種新的溝通方式，讓您的孩子更清楚地了解哪些概念。「鳥在哪裏？」或「球在哪裏？」可以清楚地錶明您的孩子是否知道什麼是鳥或什麼是球。同樣，「指嚮樹。」或「指嚮汽車。」適用於這兩個概念。

**處理錯誤:** 問各種各樣的問題。問兩件東西中哪件更大或更小。問你要去哪裏。問某物屬於哪裏。所有這些問題都是讓您的孩子錶達他們的理解並讓您澄清任何誤解的機會。如果您的孩子指嚮錯誤的東西或拿起錯誤的東西，隻需指出正確的東西，不要試圖嚮他們解釋他們的錯誤。

**閱讀時這樣做:** 現在，你可以在閱讀故事時，在指點和描述中添加提問。指著故事中的圖片，問一些與你對周圍事物提出的問題相同的問題。

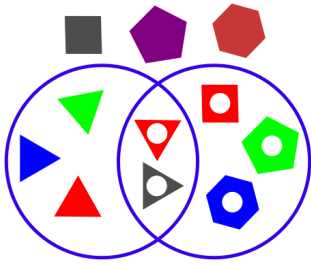
**簡單的謎語:** 和孩子一起玩新技能的遊戲，享受其中的樂趣。一起解開謎題，享受其中的樂趣，例如：「藍色物體下麵有紅色物體。它在哪裏？」

## 步驟7：對象屬性

**你孩子的回答！：**你對孩子所做的所有指點、描述和詢問都已經確立了事物具有可以討論和推理的屬性。你一直在建立用於描述事物的詞匯和概念。現在是時候開始更多地使用它們了。

**尋找具有特定屬性的物品：**通過要求您的孩子給您帶來具有該屬性的物品來練習使用屬性。例如，您可以問“「請給我帶來一些紅色的東西。」隨著您的孩子在這方面的進步，通過結合多個屬性使請求變得更加複雜——「找到一個圓形的木製物體。」

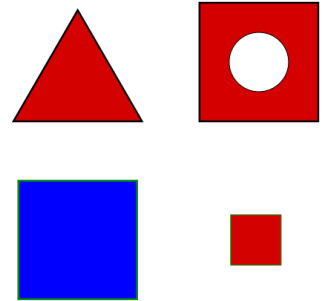
**根據屬性對事物進行分組：**練習將具有相同屬性的物品分組。如果您的孩子有一組物品，請要求將所有圓形物品放在一邊。



**每個屬性一個圓圈：**畫一個大圓圈，將所有具有特定屬性的事物放入圓圈中，使這一點更加明顯。例如，你可以將所有有洞的事物放入圓圈中。當您的孩子覺得這很容易做到時，使用兩個重疊的圓圈——一個圓圈可以表示三角形，另一個圓圈表示有洞的事物，兩個圓圈的公共區域可以表示有洞的三角形。

**哪一個不屬於？：**練習屬性的一個有趣活動是嚮孩子展示一小組物體，並詢問其中哪些不屬於。挑戰孩子找出與其他物體不同的物體並解釋原因。接受任何合理的理由；您的孩子可能有一個不尋常的理由。

例如，你可以放一些動物的圖片。也許隻有其中一種動物會飛。也許隻有其中一種動物有兩條腿。這項活動可以提供有趣的挑戰，讓您的孩子用新概念進行創造性思考。



## 步驟8：相同與不同

---

**比較:** 通過比較和對比幫助您的孩子更好地理解屬性。

**例子:** 例如，談論一個孩子和一個成年人的體型或年齡——一個比較小，另一個比較大，一個比較矮，另一個比較高。或者你可以談論一隻鳥和一隻狗——一隻可以飛，有羽毛，另一隻有毛，不能飛。

**相同與不同:** 讓這項活動變得有趣，嚮孩子展示兩件物品，並詢問它們有何相同之處和不同之處。準備好接受令人驚訝的想法，並在提出更嚴肅的建議的同時加入一些愚蠢的建議。

**更多示例:** 如果你遞給孩子一把勺子和一把叉子，孩子可能會說很多話。它們是相同的，因為你用它們吃飯。它們也是一樣的，因為你拿著它們，它們大小差不多，或者它們是由相同的材料製成的。它們是不同的，因為一個是光滑的，有點圓，而另一個是尖的。

## 步驟9: 圖案

圖案無處不在！識別、描述和創建圖案是玩數學的關鍵。



以下是一些可以單獨使用或混合使用以創建模式的特徵:

- 運動方式：邁步、跳躍、揮手、點頭
- ☒音模式：拍手、拍膝蓋、咂舌、跺腳
- ☒度模式：輕、中、響
- ☒☒☒案：☒色、形狀、大小

**探索圖案:** 挑戰彼此，無論身在何處，都要找到重複的圖案。您可能會注意到地闆、牆壁或天花闆上有重複的瓷磚圖案。建築物的磚砌結構可能會形成有趣的圖案。植物可能以有組織的圖案種植在田野中。鳳梨或鬆果的側麵可能有螺旋圖案。某些東西可能會以重複的模式發出聲音。

**遊戲：重複圖案:** 你們兩個或兩個以上的人可以互相挑戰，重複和擴展彼此的模式。這可以通過多種方式實現。最簡單的方法是讓一個人創建一個聲音和動作的模式，然後讓所有其他人重複它。

讓最初的人每次圖案在小組中轉一圈時在圖案的末尾添加一個物品，從而增加難度。或者，每個人都可以拿起來到他們身邊的圖案，並在圖案的末尾添加一個物品。

**秘密握手或敲門:** 使用模式作為獲準進入某個地方（例如房間）的約定方式。這可能是一係列的拳頭碰擊和其他類型的握手。或者可能是敲門和跺腳，從而發出一係列聲音。

**繪圖順序:** 對於年齡較大的孩子，可以通過繪製形狀圖案來製作拚圖。一個人建立一個圖案，然後在重複的序列中留下空白，讓另一個人填補。

## 步驟10：基本形狀 I

---

**形狀的世界:** 隨著孩子對屬性的理解不斷加深，會出現許多可能性。例如，他們現在可以理解幾何形狀並談論它們！

**計算邊的數量：** 區分三角形、正方形、長方形、六邊形和八邊形需要“邊”的概念，並能夠計算這些邊。隨著孩子對數量的理解不斷加深，計算邊數也將成為可能。此外，隨著孩子開始自動識別這些形狀，這將有助於他們加深對 3、4、6 和 8 的數量的理解。

**基本形狀:** 現在，請繼續學習基本形狀，並建立對這些形狀的信心和熟練程度。當然，您可以隨時加入孩子喜歡的其他形狀，例如星星。

以下是描述平麵形狀的詞匯列表：

- 圓
- 三角
- 矩形（看起來像一張紙）
- 正方形（邊相等的長方形）
- 六邊形（6 條邊）
- 八邊形（8 條邊 - 停車標誌）

這是三維形狀的詞匯列表：

- 球
- 柱狀體
- 立方體

**動手:** 當您的孩子玩具有這些形狀的物體時，使用並解釋這些形狀的名稱。給他們很多機會看看這些形狀是如何組合在一起或相互疊加的。當您看到世界上的形狀時，幫助您的孩子識別這些形狀。

## 第二階段：我能數到 5！

---

您的孩子已經掌握了數到五的技能，並且能夠理解這些數字的數量。他們還了解物體具有各種屬性，並且這些屬性可以進行比較和對比。

在此階段，您的孩子將學會數到十，並開始理解小數的加減法。他們還將更好地理解小數量物體的大小。

- [步驟11：從 1 和 0 開始計數](#)  
這是理解數量的基礎，並為加減運算奠定了基礎。
- [步驟12：倒數至 1 和 0](#)  
這鞏固了對數字序列的理解並有助於減法。
- [步驟13：比較小數量](#)  
使用物體的數量來建立對相對大小的理解。
- [步驟14：繼續](#)  
計數有助於理解數量，節省計數時間，並且對於加法很重要。
- [步驟15：基本形狀 II](#)  
使用更複雜的幾何形狀概念。
- [步驟16：多一個，少一個](#)  
學習下一個數字和前一個數字是學習加法和減法的第一步。
- [步驟17：手指加減到 5](#)  
一隻手即可有效處理 5 以內的金額。
- [步驟18：手指進行 10 以內的加減運算](#)  
使用孩子的手指是進行 10 的加減運算的有效方法。
- [步驟19：跳過 2 的計數](#)  
這是一種有趣且快速的計數一組物體的方法。
- [步驟20：計數組](#)  
探索計數物體組的不同方法。

## 步驟11：從 1 和 0 開始計數

---

**數一切:** 您的孩子已經可以數到 5 了。您現在正在幫助他們鞏固數數能力，並將其擴展到更大的數字。在孩子面前數數，並在孩子願意的時候和他一起數數。數數是理解數量的基礎。它還為加法和減法奠定了基礎。

需要數的東西太多了。數椅子、走一小段距離需要走多少步、食物、排隊的人、一群人、桌子周圍或房間裏的家具、手臂、腿，還有誰知道還有什麼。每當你發現自己在心裏數著某樣東西時，就和您的孩子一起數，有時一定要把 0 作為起點。

**理解數量:** 對於成年人來說，如果你數一堆東西，比如說四塊鵝卵石，當你數「1、2、3、4」時，你說的最後一個數字就是你擁有的東西的數量。您的孩子正在學習幾件事。他們正在對數量產生理解。他們正在學習當你數某樣東西時，你會在東西和數字之間建立一一對應的關係。他們正在學習計數的順序並不重要。最後，他們正在學習「最後一個數字是大小」的規則。成年人認為這些事情是理所當然的，但對於孩子來說，學習這些事情是很重要的。要有耐心，記住不要著急。

**錯誤:** 您應該預料到孩子在數數時會犯許多錯誤。孩子可能會漏掉一些數字，或者漏掉一些數字。或者，他們可能會搞混他們正在數的一組東西的 1-1 對應關係。隨著時間的推移，您的孩子會理清所有這些問題。現在，當您的孩子犯錯時，只需正確地數出他們面前的東西，然後繼續做其他事情。

**理解數字:** 不要急著讓孩子重複 1 到 10 的數字，否則他們根本不知道這些數字在說什麼。花點時間，強化每個數字與其對應數量的聯繫。

**讀取數字:** 當然，您可以隨時開始學習閱讀數字。但是，不要讓閱讀限制計數。學習閱讀數字通常比學習說數字和了解數量需要更長的時間。

## 步驟12：倒數至 1 和 0

---

**它有助於理解意義:** 倒數對於鞏固對數字序列的理解非常有效。許多已經學會從 1 數到 10 的幼兒在第一次嘗試從 10 數到 1 時會遇到困難。這種反嚮計數迫使他們以新的方式思考數字的排序方式。當你的孩子開始數到 100 時，他們會開始思考從一個十年到下一個十年會發生什麼——比如從 69 到 70。

**它有助於減法:** 倒數對於學習減法也很有幫助。會倒數的孩子很快就能學會減 1 和 2。如果倒數能成為一種習慣，那麼他們就可以全神貫註地倒數三個步驟，例如，在做 9 減 3 時。

**自然情況下使用:** 很多時候，倒計時是很自然的事情。如果計時器還剩 10 秒，你可以和計數器一起倒計時。如果你說某件事還可以做三次，那麼你可以和計數器一起從三開始倒計時。

**包括 0:** 倒計時時通常自然會包含 0，這是件好事。如果您倒計時剩餘時間，當計數到 0 時，您就剩下 0 秒了。如果您倒計時孩子可以吃多少塊食物，當計數到 0 時，就有食物了。將 0 設為正常的預期數量會很有幫助。

## 步驟13：比較小數量

---

**這需要時間:** 所有這些初級概念和技能都需要孩子花費大量時間才能掌握，而比較數量和了解數量大小也同樣如此。創造許多體驗，讓您的孩子觸摸、感受和直接體驗數量的大小及其比較方式。

**把它們排成一行:** 比較兩個量的大小的一個簡單方法是將它們一一對應地排成一排。例如，如果你玩紙牌遊戲，想知道誰贏了，你可以把兩個玩家的牌排成一排，看看哪一行有多餘的牌。

**常見誤解:** 請注意，小孩子可能會認為兩根短棍和一根長棍一樣多。這是完全可以理解的，但這通常不是成年人的想法。

**給選擇:** 讓您的孩子在兩組他們真正喜歡的相同物品之間做出選擇。當他們選擇較大的組時，告訴他們所選的組比另一組有更多物品，以此來強化他們的選擇。

**遊戲:** 你可以開始玩一些簡單的紙牌遊戲，比如「戰爭」遊戲。利用紙牌上的點數讓孩子比較數量。另一個適合練習的遊戲是「我在想一個數字」，在這個遊戲中，你有一排數字牌，其中一張牌下藏著一些東西。

**數軸:** 數軸是一種很好的視覺輔助工具，可以幫助你看出哪些數字較小（左邊的數字），哪些數字較大（右邊的數字）。從小就讓孩子接觸數軸是一件好事，但要註意，數字和它們在一條線上是相當抽象的，所以他們需要一段時間才能理解這張有數字的圖片是怎麼回事。

## 步驟14：繼續

---

**出人意料的強大:** 計數技巧很簡單，但非常有用。當您的孩子習慣將一組物體視為一個數量時，開始在他們麵前進行計數，以幫助他們理解這個概念。

**例子:** 假設您的孩子有一排 3 張卡片，另一排 4 張卡片。他們可以一次數出所有卡片「1、2、3、4、5、6、7」，並看到有 7 張卡片。但是，如果您的孩子認識到一行中有三張卡片，他們就不需要數那些卡片了。他們可以從 3 開始數數，指嚮第一排的三張卡片，然後數第二排「4、5、6、7」。您的孩子從 3 開始數數，這就是這個名字的由來。

**理解數量:** 能夠“數數”可以節省時間和精力。這也表明您的孩子已經習慣了觀察與一組物體相關的數量，並可以將它們作為一個整體來處理。這是一個巨大的概念飛躍，對他們即將進行的所有加、減、乘、除運算非常有用。

**與加法的聯繫:** 開始學習加法與數數密切相關。當給孩子一張上麵有三個點的卡片和另一張上麵有四個點的卡片時，要求他們把這兩個數字相加的孩子會從 1 數到 7。從 3 或 4 開始，用另一個數字數數，這樣可以更快、更有效地完成 3 和 4 的加法。您將在接下來的課程中看到如何用手指做這件事。

## 步驟15：基本形狀 II

**深化探索:** 隨著孩子對形狀、計數和描述的技能逐漸發展，您將能夠更詳細、更高級地了解形狀。讓孩子多做親身體驗。讓孩子將零件拚合在一起，將東西堆疊在一起，將東西放在其他東西裏麵，並研究周圍所有物體的形狀是如何組合在一起的。當您的孩子體驗這些事情時，說出形狀的名稱並進行討論，並提出大量有關它們的問題。

**形詞:** 看起來似乎有很多單詞需要學習。但是，如果你養成讓孩子接觸這些單詞的習慣，孩子就會慢慢但穩步地學會它們。

這是平麵形狀的列表：

- 平行線（鐵軌，同方嚮但不相交的兩條線）
- 直角（紙張角落處的角）
- 圓圈
- 三角形
- 矩形（看起來像一張紙，有四個直角）
- 正方形（邊相等的長方形）
- 平行四邊形（對邊平行）
- 菱形（四條邊相等）
- 梯形（一對邊平行）
- 五角大樓（五條邊）
- 六邊形（6 條邊）
- 八邊形（8 條邊，有停車標誌）

這是三維形狀的列表：

- 球體(球)
- 氣缸（圓管）
- 盒子（立方體）
- 金字塔（以三角形或正方形為底麵）

**對稱性:** 許多形狀在反射時，一側看起來與另一側相似。這稱為鏡像對稱。人體的外形具有鏡像對稱性。

**平鋪:** 嚮孩子指出瓷磚圖案。許多建築物的地闆、牆壁或天花闆上都有瓷磚圖案。磚牆通常有磚塊製成的有趣圖案。這些圖案通常具有鏡像對稱性。

## 步驟16：多一個，少一個

---

**比看上去更重要:** 人們很容易認為這些想法是微不足道的、幾乎微不足道的步驟。然而，「多一個」和「少一個」的想法是加法和減法的早期重要步驟。

**上下計數:** 當你上下數數時，多一個和少一個與下一個數字和前一個數字的概念密切相關。雙嚮計數練習將幫助您的孩子輕鬆知道下一個數字是什麼，前一個數字是什麼。

**加 1 和減 1:** 將這些想法與加減法結合起來，提出以下問題：「你現在有多少顆鵝卵石？如果我再加一顆，你現在有多少顆？如果我拿走一顆，你就少一顆，你現在有多少顆？」這些都是非常容易和自然的問題，可以融入日常對話中，你的孩子可以談論這些問題，而不必考慮他們正在做加減法。

如果您有 3 件東西，而您的孩子有 4 件，您可以討論各種可能性。如果您多一件，您還會得到相同的數量嗎？如果您的孩子少一件，您還會得到相同的數量嗎？發揮一下這個想法。如果您的數字是 3 和 5，您可以談論兩次多得到一件，或者你們其中一個人多得到一件，另一個人少得到一件。

**從 1 擴展到 2:** 當您的孩子準備好時，請讓您的孩子了解多兩個或少兩個會發生什麼。不必著急講這個，所以請確保您的孩子首先徹底理解多一個和少一個。

**遊戲:** 掌握了這些簡單的算術知識後，你就可以開始玩一些加減遊戲了。最簡單的遊戲是使用加法或減法玩 1 和 2 的尼姆遊戲。其他遊戲包括《離開我的房子》和《差1或2》。

## 步驟17：手指加減到 5

**通過計數進行添加:** 長期以來，您的孩子一直在通過計數來解決加法問題。如果要求他們將兩件東西加到三件東西上，則通過計算所有五件東西來完成。隨著您的孩子掌握了「繼續計數」，部分計數被替換為從其中一個數字開始，例如本例中的 3，然後計算剩餘的兩個東西。這種計數經驗還使您的孩子能夠形象化和掌握「再加 1」和「再加 2」的概念，這使得 1 和 2 的加法變得容易得多。

**使用手指:** 這個年齡段的孩子在做加法時如果能使用教具，將受益匪淺。它有助於鞏固他們對數字的數量理解。當然，他們隨時可以使用的教具就是手指。在做我們這個二加三的例子時，他們可以一隻手伸出兩根手指，另一隻手伸出三根手指，然後將兩隻手合在一起。另一種方法是一隻手伸出兩根手指，另一隻手伸出三根手指，然後看到總共伸出五根手指。

**有時添加 0:** 有時還要加上 0。這很容易做到，而且對你的孩子來說，這在概念上很重要。

**減去 5 以內:** 練習減法的思路與加法類似。如果你的孩子要從五中減去三，就讓他舉起五根手指，然後放下三根手指。他們對減一和減二的熟悉程度可能讓減一和減二變得非常容易。

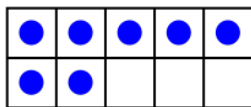
**有時減去 0 和所有值:** 有時，會混入減去 0 的問題。還會混入減去所有東西的問題。例如，如果你有三塊食物，你把它們全吃完了，你還剩下多少？

**記憶:** 當你要求孩子做各種加減運算題時，孩子會越來越熟悉這些運算題，並最終記住它們。雖然希望孩子最終能夠自動輕鬆地記住這些運算題，但不必著急。

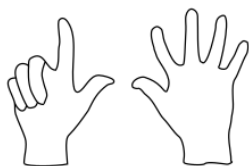
**其他數學事實:** 在此期間，您的孩子接觸的加法不會僅限於總和為 5 或更少的數，這很好。例如，您的孩子可能已經學會了將 1 或 2 加到 10 以下的所有數字上。您的孩子可能還開始學習雙胞胎加法，例如  $3 + 3$  或  $4 + 4$ 。

## 步驟18：手指進行 10 以內的加減運算

**手指和數量：**使用孩子的手指是進行 10 以內的加減運算的有效方法，它將培養孩子對這些運算的信心和理解。此步驟的重點是使用手指以簡單的方式進行最大數字為 10 或以下的加減運算。



**十格：**十格是 2 乘 5 的空心方格網格。這些方格通常從左到右填充，最上麵一行先填充。它們有助於熟悉 10 以內的數量以及看到加起來等於 10 的數字對 - 填充的方格加上未填充的方格加起來總是 10。



**閃光數字：**一個有趣的活動是讓孩子在你的兩隻手上閃現一個部分填滿的十格或一組手指，然後讓孩子快速識別事物的數量。如果你使用五個或更多手指，請將其中五個手指放在一隻手上，這樣兩隻手看起來就像一個十格。這項活動還為更輕鬆地使用兩隻手進行加減運算奠定了基礎。

**手指加到 10：**如果兩個數字都是 5 或更少，則在兩隻手上伸出相應數量的手指並數數。或者，伸出其中一個數字的手指數量，然後再數另一個數字的手指數量。數完後，顯示的手指總數就是總和。

**手指減到 10：**減去十或更少的數字，舉起減去數字對應的手指數。然後每次放下一根手指，數出減去的數字。剩下的手指數就是答案。

## 步驟19：跳過 2 的計數

---

**既快又有趣:** 嚮您的孩子展示這是一種有趣的計數方式，比按 1 計數要快得多。如果您將事物配對，然後跳過按 2 計數，您將強化配對事物如何以兩個為單位。

**開始跳過計數:** 以兩種方式介紹跳數。一種方法是輪流和孩子一起數到某個數字，在數的過程中交替數數——你們中的一個從 0 開始跳數，另一個從 1 開始跳數。經過一些練習後，你們中的一個保持沈默，另一個像以前一樣數數，說出其他數字。

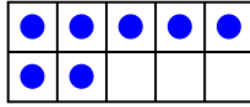
讓孩子習慣跳過計數的另一種方法是，第一次正常地數到某個數字。然後輕聲說出每個其他數字，再次進行計數。繼續這種練習，直到輕聲說出的數字完全不被說出。

**從 0 以外的數字開始:** 總是從 0 開始是很誘人的。但是，如果從其他數字開始，例如 1，您將幫助您的孩子掌握加法技能以及乘法和除法技能。

**有時跳過嚮下計數:** 跳過嚮下計數有助於減法技能和除法技能。

## 步驟20：計數組

**種類:** 跳過計數是增加計數一組物體興趣的一種方法，而且通常還有很多其他方法。嚮您的孩子展示他們可以利用想象力探索計數一些物體圖片的許多其他有趣方法。



**十格:** 十幀提供了一個不同計數方法的簡單示例。假設您在十幀中以通常的方式有七個點。您可以將其算作 5 加 2。您可以從左到右以 2 為單位計數到 4，然後添加 3 個單點。或者，您可以看到 3 個空白方塊，並將其算作比 10 少 3。

**充滿樂趣:** 嘗試各種不同的計數方式。了解獲得答案的不同方式將讓您的孩子明白，數學就是探索和玩耍，而不是以某種偏好的方式得出答案。所有這些不同的計數方式也將讓您的孩子對數量有更深入的理解。

**添加方法:** 計算一組物體的一種方法就是將組內的不同部分相加。在這個十幀示例中，我們就是這麼做的，我們將頂行的 5 和底行的 2 相加。

**跳過計數:** 當你將一組數字相加時，你可能會看到一個重複的模式。這就是當我們開始跳過左側的兩個 2 時發生的情況。

**減法:** 另一種常用技巧是從整個集合中減去缺失的部分。在本例中，我們從 10 中減去 3 就是這麼做的。

## 第三階段：我能數到 10！

---

您的孩子已經習慣數到十，這些數字和數量現在更有意義了。您的孩子現在對小數的加減法已經好多了。

此階段將數數擴展到 20，並擴大了孩子可以加減的數字範圍。它還介紹了乘法和除法的開始。最後，隨著孩子分析能力和成熟度的提高，有必要討論玩策略遊戲的早期想法。

- [步驟21：通過計數進行心算](#)  
從一個數字開始數數並進行加法是學習加法的重要步驟。
- [步驟22：心算減法——拿走](#)  
通過減去和倒數來減法是學習減法的重要步驟。
- [步驟23：心算減法 – 差值](#)  
減法的另一種方法是通過計數來找出兩個數字之間的差。
- [步驟24：數的分解組合](#)  
數字鍵強化了部分和整體的概念，以及加法和減法的事實家族。
- [步驟25：位置值](#)  
嚮您的孩子介紹 10 在 20 以內的數字中的作用。
- [步驟26：事實家族](#)  
 $2 + 3 = 5$ 、 $3 + 2 = 5$ 、 $5 - 2 = 3$  和  $5 - 3 = 2$  這些事實是相互關聯的。了解這一點可以加深對每個事實的理解。
- [步驟27：添加雙胞胎和近雙胞胎](#)  
大多數孩子都能輕鬆地學會雙胞胎的加法。這為加倍奠定了基礎。
- [步驟28：乘以 2 並除以 2](#)  
這是許多概念的開始——加倍、乘以 2、減半、除以 2 和均等分享。
- [步驟29：以 2 為單位跳過計數 II](#)  
通過上下移動並從任意數字開始，進一步發展以 2 為單位的跳過計數。
- [步驟30：策略遊戲 I](#)  
這些遊戲自然而然地激勵孩子們解決問題。

## 步驟21：通過計數進行心算

---

**漸變:** 隨著您的孩子掌握了小加減運算的技能，逐漸轉嚮在心算中做更多這樣的計算。不要急於記住。花時間通過觀察數字之間的關係來計算答案，將帶來豐厚的回報，讓您對數字有更好的感覺和理解。如果您的孩子通過反複練習抽認卡來掌握這些事實，那麼您就浪費了這個重要的機會。

**指望:** 使用  $6 + 3$  作為通過遞增計數進行加法的示例。

最初，您的孩子會想用手指來做這件事，這有問題。說「6」，並握緊拳頭表示 0。接下來，數「7、8、9」，並在每個數字上舉起一根手指。當舉起三根手指時，停在 9 處。

隨著時間的推移，使用手指解決小加法問題將變得不那麼必要。您的孩子將開始在腦海中看到從 6 到 9 的 3 的變化，並且不再需要使用手指 - 就像他們不再需要手指來加 1 或 2 一樣。

**從較大的數字開始:** 隨著經驗的積累，您的孩子將開始意識到從兩個數字中較大的一個開始更容易、更快。例如，將  $3 + 6$  算成 6 加上 3 比將 3 加上 6 更容易。做出這一選擇的一部分是意識到  $3 + 6$  和  $6 + 3$  的結果相同。這一重要觀察意味著學習的加法知識隻相當於原來的一半！

## 步驟22：心算減法——拿走

**兩種減法:** 減法有兩種模型，兩種都很重要。第一種是減法。如果要求你從 9 個東西中減去 3 個東西，你可能會認為這是減去或移除了 3 個東西。第二種模型涉及差值。兩個數字之間的差值就是它們之間的距離。如果要求你從 9 中減去 7，你很可能會通過找出它們之間的距離以及它們的差值來做到這一點。

兩種對減法的理解都是必要的，也是有用的。對於心算來說，選擇使用減法或差法會對計算的難易程度產生很大的影響。此外，有些問題更自然地理解為減法或差法問題。

**倒數:** 倒數是進行減法的自然方法。以  $9 - 3$  為例，通過倒數進行減法。

與加法一樣，您的孩子最初可能想用手指來做，這有問題。說「9」，握緊拳頭錶示 0。接下來，倒數「8、7、6」，每數一個數字就舉起一根手指。舉起三根手指後，停在 6 處。

隨著時間的推移，用手指做小減法題的必要性將逐漸降低。您的孩子將開始在腦海中看到從 9 到 6 的 3 的變化，並且不再需要使用手指——就像他們不再需要手指來減去 1 或 2 一樣。

**減去 1 到 4:** 通過練習，您的孩子將使用此方法加快從 1 到 4 的減法速度。慢慢來，確保每個人都享受這個過程。

## 步驟23：心算減法 – 差值

---

**距離或間隙大小:** 如果你被要求找出兩個數字之間的差值，那麼你正在做一道減法題。找公幹值可以理解為找出數字之間的距離，這可以通過詢問需要添加什麼數字來跨越它們之間的差距來計算。

**正數:** 以求 9 和 6 之間的差為例。通過記錄從 6 數到 9 時使用的數字數量來計算。與上一學習步驟中的加法說明一樣，這可以用手指或不用手指來完成。如果您的孩子一直在練習加法問題，他們可能可以非常快速地數出「7、8、9」，並發現差值為 3。

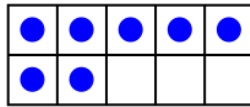
**減法和加法:** 使用「數數」來求差是了解加法和減法之間關係的好方法。當我們從 6 開始數數，將 6 + 3 相加時，我們想求出數數三次的結果。當我們從 6 開始數數，求出 9 - 6 時，我們知道結果 9，並想找出需要將 6 加上多少才能得到這個結果。

**1 至 4 之間的差:** 通過練習，您的孩子將提高使用此方法尋找 1 到 4 大小差的速度。慢慢來，確保每個人都享受這個過程。

## 步驟24: 數的分解組合

**部分與整體:** 把一個整體看作是由其各個部分組成的，這是孩子發展過程中的一個重要步驟。數字組合，例如 6，是將兩個數字相加為 6 的所有方法。它是將 6 的整數部分分成兩部分的所有方法。這加強了對加法和減法之間關係的理解，即形成事實係列組——這是即將學習的步驟中要介紹的主題。

**少了什麼東西?:** 讓我們繼續以 6 的數字鍵為例。6 的數字鍵為： $0 + 6$ 、 $1 + 5$ 、 $2 + 4$  和  $3 + 3$ 。學好這些的孩子將很容易回答這個問題：「我需要在 2 上加多少才能得到 6？」他們會知道  $2 + 4$  是 6 的數字鍵，因此 4 是 6 中缺失的部分。



**十框:** 掌握所有數字（大約到12）的數的分解組合對於進行加法和減法非常有用。最常出現的數的分解組合是10的分解組合。十框被設計用來幫助將10的分解組合可視化。在一個十框中放入7個點，可以直觀地看到 $7 + 3$ 是10的一個分解組合。

**遊戲和謎題:** 有相當多的遊戲和謎題涉及數的分解組合。總和組是一個旨在練習數的分解組合的謎題。許多遊戲，如記憶挑戰和釣魚，都有使用目標總數的版本，從而練習數的分解組合。

## 步驟25：位置值

---

**數字 10 至 20 的含義:** 一開始，9 以上的數字可以被認為是接下來出現的數字。這有什麼錯，而且這種觀點在很長一段時間內都適用。最終，隨著 100 以內的數字的出現，是時候嚮你的孩子介紹 10 在 10 到 20 的數字中的作用了。

**加減 10:** 首先幫助您的孩子學習如何將 10 加到個位數上，以及如何從 10 到 20 之間的兩位數中減去 10。

**物理量的練習:** 找一些你有很多的東西——可能是鵝卵石、木棍或牙籤。我們以 3 和 13 為例。如果你將 13 件東西放在一個平面上，你可以將它們分成一組 10 件和一組 3 件。這既錶明  $3 + 10$  等於 13，也錶明  $13 - 10$  等於 3。

**數字:** 如果您的孩子已經準備好使用數字，請按照剛才的演示，寫下  $13 = 10 + 3$  和  $13 - 10 = 3$ 。當我們寫一個兩位數（例如 13）時，左邊的位置是十位，右邊的位置是個位。十位錶示該數字有多少個十位，個位錶示該數字有多少個個位。對於 13，它由 1 個十位和 3 個個位組成，因此  $13 = 10 + 3$ 。再舉一個例子，20 由 2 個十位和 0 個個位組成。

**這需要時間:** 將數字分解為十位數和個位數，尤其是用書麵數字進行符號化，是概念上的一大進步，您應該預料到這需要很多演示、很多解釋和很多時間。與許多這些基礎元素一樣，您的孩子最終會吸收它，不必著急。

## 步驟26：事實家族

**一係列事實:** 加法和減法事實很容易歸類為密切相關的事實。以這組事實為例： $2 + 3 = 5$ 、 $3 + 2 = 5$ 、 $5 - 3 = 2$  和  $5 - 2 = 3$ 。下圖顯示了這些事實是如何相互關聯的。

讓您的孩子使用這種圖片。它顯示一組 3 個點，另一組 2 個點，總共有 5 個點。您可以按任意順序添加點組 -  $3 + 2$  或  $2 + 3$  - 並得到相同的結果。如果您取 5 個點並覆蓋一組，比如 2 個點，那麼  $5 - 2 = 3$  的原因就很明顯了。



**加法和減法是相關的:** 事實家族及其相關圖片清楚地錶明了加法和減法之間的緊密聯係。它們之間關係的一個重要部分是它們相互抵消。如果你從 3 開始，然後加 2，然後減 2，你就會回到原來的 3。同樣，如果你從 5 開始，然後減 2，然後加 2，你就會回到原來的 5。

**添加順序無關緊要:** 關於事實係列，另一個需要強調的重要事項是，它們錶明加法的順序不會改變結果。因此，如果您的孩子被要求做  $4 + 8$ ，而他們更喜歡做  $8 + 4$ ，那麼他們可以這樣做。

## 步驟27：添加雙胞胎和近雙胞胎

---

**孩子們對此很感興趣：**雙胞胎加法是指將一個數字加到自身上，例如  $3 + 3$ 。孩子們通常喜歡雙胞胎加法，所以他們學起來很熱切、很快。加法結果也是以 2 為單位跳過計數時得到的數字，因此這有助於強化這些加法事實。

**倍增的基礎：**知道加倍後，很快就知道了如何加倍。假設你讓孩子把 3 加倍。他們知道把某數加倍意味著減去 2。所以，把 3 加倍意味著 3 加 3，也就是 6。

**近雙胞胎：**如果一對數字相差一個，那麼它們就是近似雙胞胎，例如  $3 + 4$ 。一旦您的孩子知道了他們的雙胞胎加法，近似雙胞胎就是下一步。將  $3 + 4$  視為  $3 + 3 + 1$ ，因此它比  $3 + 3$  多 1。因此， $3 + 4 = 6 + 1 = 7$ 。或者，將  $3 + 4$  視為  $(4 - 1) + 3$ ，比  $4 + 4$  少 1。因此， $3 + 4 = 8 - 1 = 7$ 。讓您的孩子為每個近似雙胞胎選擇他們喜歡的方法，或者享受同時使用這兩種方法的樂趣。

這種使用熟悉的數學事實來推導密切相關的數學事實的方法非常有效。它將有助於在未來幾個月內學習許多數學事實。花點時間確保您的孩子徹底理解其工作原理。為了解釋這一點，演示如何將 3 個物體和 4 個物體拆分為 3 個物體加 3 個物體加 1 個物體——在這個年齡段能夠看到和觸摸東西是非常強大的。

## 步驟28：乘以 2 並除以 2

---

**相關概念:** 在上一個學習步驟中，我們討論了加倍。這與大量相關概念有關，您很快就會看到。

**乘以 2:** 乘以 2 與加倍相同。但是，它使用了有趣的新措辭，您的孩子需要習慣。當您第一次介紹乘以 2 的短語時，請務必不時地混合使用加倍的用法以幫助過渡。您的孩子將習慣新詞「乘以」和「倍數」。

**一半的東西:** 當某物翻倍時，例如 3 翻倍為 6，那麼你可以取結果的一半並返回原始數字。例如，假設你將 3 翻倍為兩行，每行 3 個東西。然後取這兩行匹配的一半就是取其中一行，也就是 3 個東西。

**平等分享:** 當你說拿一半時，你可以把它和兩個人平等分享的想法結合起來。如果兩個人要得到平等的份額，他們每人都會得到同樣的東西，也就是原來數量的一半。

**除以 2:** 如果您的孩子已經熟悉了本學習步驟中的所有概念，那麼他們就可以開始談論除法了！您可以開始談論將某物均等地分成兩份或將其分成兩份。將所有這些短語與您的孩子混合使用——他們需要時間來吸收這些新詞匯。就數學而言，他們已經掌握了所有的概念！

**具體例子:** 用一組物體對每個新想法和新詞語進行大量練習。讓孩子的理解具體化，而不是抽象化。任何時候兩個人之間有東西可以分享，都是練習的最佳時機。當然，如果你願意，你可以開始將分享擴展到兩個人以上。

**乘法和除法的開始:** 正如您所看到的，這是乘法和除法的起點。有一兩個新想法，還有許多新詞匯。看到您的孩子踏入這個世界的新領域真是令人興奮！

## 步驟29：以 2 為單位跳過計數 II

---

**新連接:** 您的孩子在第 2 階段開始以 2 為單位跳數。現在他們的跳數越來越高、越來越快，並且還與新概念聯係在一起，例如乘法、偶數和奇數。

**乘以 2:** 例如，將某個數乘以 2 意味著取那麼多的 2。假設您的孩子正在計算 5 乘以 2。這意味著將 2 加到自身上 5 次，這正是您的孩子從 0 開始跳過 2 的 5 次計數時得到的結果。當然，他們也可以通過將數字加倍來計算這個數量，在本例中為 5。

**從任意位置開始嚮上或嚮下:** 重要的是要不斷練習以 2 為單位跳數，從任意位置開始，然後不斷增加和減少。這種練習對於加、減、乘、除非常有用。每當您要數的東西比較多時，就習慣做這種練習。

**偶數和奇數:** 偶數是可以平均分成兩半的數。它是兩個人可以共享而不會剩下的東西。奇數是其他數，即不能平均分配的數。偶數是從 0 開始以 2 為單位跳過計數得到的數。奇數是從 1 開始以 2 為單位跳過計數得到的數。

**按其他數字跳過計數:** 如果你願意，現在正是開始用其他數字跳數的好時機。用 10、11 和 5 跳數都是不錯的起點。

## 步驟30：策略遊戲 I

---

**發展階段:** 策略遊戲是玩家可以選擇☒生更好或更壞結果的遊戲。這些遊戲為孩子們提供了很多東西。特別是，它們自然會激勵孩子們解決問題。然而，這些遊戲的難點在於它們需要遵守規則並願意參與有組織的遊戲。如果你的孩子還沒有準備好進入這種遊戲環境，請耐心等待，讓他們達到他們準備好的發展階段。時間還很充足。

**要有耐心:** 當孩子們第一次準備好玩有組織的遊戲並被介紹給一個新遊戲時，你可能需要非常耐心。很可能在你嘗試玩遊戲的前十次中，你的孩子會對所有的棋子感到很有趣，並且做很多與遊戲無關的事情。這是一個過程。你的孩子需要熟悉遊戲及其棋子，新鮮感需要逐漸消退。你會知道你的孩子何時準備好了，你的耐心是否得到了回報。

**玩一玩:** 一開始，您的孩子可能真的沒有輸贏意識，也不明白他們的選擇會帶來什麼不同。有關係。你們隻是一起玩。隨著時間的推移，隨著遊戲及其選擇變得越來越熟悉，您的孩子將開始意識到他們的選擇會帶來什麼不同，並且他們會關心這些不同。

**有時數學是看不見的:** 策略遊戲並不總是涉及數字部分，但它們無論如何都是數學的。任何策略遊戲都提供許多重要的學習機會，有些是數學的，有些不是。如前所述，解決問題是這些遊戲培養的技能中的重要技能。批判性思維和邏輯溝通也在發展。遵守規則和輪流做事對社交情感學習非常有益。

## 第四階段：我能數到 20！

---

在此階段，您的孩子會將他們的計數擴展到 100。隨著計數能力的發展，他們需要對兩位數的位值有紮實的理解。他們還將掌握所有個位數的加法和減法。這也是一個令人興奮的時刻，因為他們開始掌握從 1 到 5 的數字的乘法。

- [步驟31：數到100](#)  
通過嚮前和嚮後數數，增強孩子對這些數字的理解。
- [步驟32：兩位數位值](#)  
使用展開式幫助孩子理解位值並進行數字比較。
- [步驟33：添加手指](#)  
通過簡單的方法來學習手指加法。
- [步驟34：手指減法](#)  
通過簡單的方法來學習手指減法。
- [步驟35：加減補償](#)  
使用補償法可以簡化加法和減法運算。
- [步驟36：10 作為中間點](#)  
在加減法中，將10作為中間點。
- [步驟37：以 2、5、10 為單位跳過計數](#)  
從任意數字開始，練習這種嚮上和嚮下的跳數。
- [步驟38：開始乘法](#)  
逐步引入「乘法」和「倍數」這兩個詞匯，用來描述倍增和跳數。
- [步驟39：將 1-5 乘以 1-5](#)  
到這個階段，您的孩子已經掌握了1到5的所有乘法口訣。
- [步驟40：策略遊戲II](#)  
討論策略遊戲中的更複雜的策略和思路。

## 步驟31：數到100

---

**10 的:** 當您的孩子從 20 數到 100 時，最難的部分是 10 的變化。這些是需要特別支援和練習的部分。一旦您的孩子知道了 10 的順序，他們通常很容易填寫 1 的變化。例如，他們會很快學會數「70、71、72、73、74、75、76、77、78、79」。

**按 10 跳過計數:** 當您的孩子在 1 到 100 之間數數時遇到睏難，通常是在 10 的過渡階段。幫助您的孩子擺脫睏境的典型問題是：「60 之後是什麼？」或「50 之前是什麼？」練習以 10 為單位跳過計數以幫助解決這個問題。如果您的孩子可以從 0 到 100 正嚮和反嚮數出 10，那麼他們將準備好回答關於哪些 10 在下一個或之前的問題。

**使用物體:** 通過使用一大堆小物體（如鵝卵石）進行練習，讓計數更有意義。收集 100 個這樣的物體，將它們堆放在一邊。當您的孩子從一開始數數時，每次拉一個帶有每個數字的物體，並將其包含在當前的物體組中。每當形成一組十個物體時，就將該組放在一個特殊的十位數區域。隨著數字的增加，十位數區域將有越來越多的十位數組。等您的孩子數到 50 時，應該有五組十位數和一小堆剩餘的個位數。

您也可以反嚮練習，從十組十開始，然後隨著您的孩子從 100 倒數，一次減去一個。

**計算兩個方嚮:** 孩子們通常能夠快速而自如地從 1 數到 100，但反過來數卻有睏難。從 100 數到 1 會迫使他們更多地思考 10 的過渡，並有助於更好地理解數字。

**100 數字圖錶:** 擁有一張從 1 到 100 或從 0 到 99 的十乘十 100 數字錶，將幫助您的孩子看到數字的規律。它將特別清楚地說明十位數字保持不變，而個位數字不斷變化。

## 步驟32：兩位數位值

**數字含義:** 將兩位數視為十位數和個位數是理解和使用這些數字的關鍵。進行兩位數加減運算需要熟練掌握位值概念。通過大量使用實物和書麵數字的經驗來培養這種理解。

**成捆的:** 拿出你有很多的東西，堆成一大堆，然後把其中的一些分成幾捆，每捆十個。例如，讓您的孩子從那一大堆中收集 23 件。然後讓您的孩子將它們分成十個一組。它們將形成兩組，每組十件，每組三件。看看當你放入一些額外的物品或拿走一些物品時，這 23 件物品中的十個組會發生什麼情況，始終確保任何時候的單件物品不超過 9 件。

**展開形式:** 數字的展開形式是將其寫為其位值部分的總和。例如，23 可以寫為  $20 + 3$ ，256 可以寫為  $200 + 50 + 6$ 。與您的孩子一起練習在數字的正常形式和展開形式之間進行雙嚮轉換。指出數字的展開形式與將那麼多東西捆成十個一組並剩下個數相同。

**用刻度線計數:** 使用 5 個刻度線組進行計數是人們喜歡做的一件自然的事情，並且與位值密切相關。如果您用刻度線計數 23 個東西，那麼您最終會得到 4 捆 5 個東西和 3 個剩餘的刻度線。這 4 捆 5 個東西可以重新組織成 2 捆 2 組 5 個東西，這就是我們對 23 的擴展形式視圖。

**跳過計數:** 跳過各種數字的計數是一種通過加減一位數和兩位數來建立心理練習的方法。雖然這是一種很好的練習方法，但這確實需要一些心理步驟，並不是每個孩子現在都準備好了——不必著急。以下是兩個例子。經過大量練習，這些思考步驟將成為自動化的。

從 23 開始，每次嚮上跳數 8。將 23 視為 20 加上 3。使用 10 的數字鍵，3 需要再加 7 才能組成 10 組。使用所加 8 中的 7，這樣 3 加 7 就形成另一個 10 組。因此， $23 + 8$  變成  $20 + 10 + 1$ ，即 31。

從 23 開始，每次嚮下跳過 5 個數。將 5 分成 3 和 2。要減去 5，我們首先要減去 3，然後減去 2。23 減去 3 得到 20，我們將其視為  $10 + 10$ 。從其中一個 10 中減去剩下的 2 得到 8，所以我們的答案是  $10 + 8$ ，也就是 18。

## 步驟33：添加手指

---

**用手指計數:** 使用此方法可以將任何一位數加到任何數字上。這種方法使用孩子的手來跟蹤要添加的一位數。它利用計數來找到最終總數，以及您的孩子識別手指數量的技能。

**例子:** 以  $8 + 7$  為例。我們可以使用任意一個數字作為起始數字，但如果我們從較大的數字開始，即本例中的 8，那麼速度會更快，工作量也會更少。開始時不要舉起手指，雙手握拳。您的孩子將從 8 開始數數，每次提到一個新數字時，您的孩子都會舉起另一根手指。因此，從「8」開始，不舉起手指，孩子繼續數數，說「9、10、11、12、13、14、15」，同時每次多舉起一根手指。您的孩子會在 15 處停止，因為他們會意識到自己在那時已經舉起了 7 根手指。

**任意起始數字:** 請注意，您的孩子可以將該方法用於任何起始數字。此示例同樣適用於  $58 + 7$  的加法。

**它很可靠，但將被取代:** 這種方法最終將被其他方法取代，但就目前而言，它是可靠的，並且可以確保您的孩子在需要時始終能得到正確的答案。

## 步驟34：手指減法

---

**兩次減法:** 減法的兩種模型，減法和差法，都很重要，都需要練習。以下是使用孩子的手來跟蹤部分計算的方法。與使用手指的手指加法一樣，這些方法利用了孩子識別手指數量的技能。我們將使用  $14 - 8$  作為這兩種方法的示例。

**用手指拿走:** 此方法使用倒數來從任何數字中減去一位數。讓您的孩子握緊拳頭，然後說「14」。從 14 開始倒數，您的孩子每數一個新數字就舉起一根手指：「13、12、11、10、9、8、7、6」。當您的孩子看到自己已經舉起 8 根手指時，他們會停在 6 處。

**手指有區別:** 此方法使用“繼續數數”來找出任意兩個數字之間的個位數差。讓您的孩子握緊拳頭，然後說「8」。從 8 開始繼續數數，您的孩子每數一個新數字，就多舉起一根手指：「9、10、11、12、13、14」。當您的孩子數到 14 時，他們看著手指，發現差值為 6。

**可靠但將被取代:** 這些方法最終將被其他方法取代，但目前這些方法是可靠的，並且可以確保您的孩子在需要時始終能夠得到正確的答案。

## 步驟35：加減補償

**比你想象的更實用、更簡單：**補償是一種有用的心算工具，可以簡化各種大小的加減運算。理解它還可以提高加減運算的數字感。它比聽起來簡單得多。

例如，假設您要將  $99 + 15$  相加。您會發現 99 隻需再加 1 即可得到 100，而 100 比 99 更容易處理。因此，您需要將 1 從 15 移到 99 —— 這樣一來，總數將保持不變，但它們的分佈方式更容易處理。這個問題變成了  $100 + 14$ ，這很容易做到。這就是我們要做的事情。

**加減補償：**其思想是增加或減少一些小數，使其中一個數字更容易處理。我們通常會將其中一個數字變成 10 的倍數。假設您要將  $8 + 7$  相加。8 隻需再增加 2 即可變成 10，因此從 7 中減去 2。這樣  $8 + 7$  就變成  $10 + 5$ ，這很容易。我們也可以通過將 3 加到 7 上使其成為 10 來解決這個問題。在這種情況下，我們會將  $8 + 7$  變成  $5 + 10$ 。

**更多附加補償：**在加法問題中，還有其他使用補償的可能性。以  $6 + 8$  為例。6 可以將 8 的乘積減去 2，使這個問題變成  $4 + 10$ 。但是，8 可以將 6 的乘積減去 1，使這個問題變成  $7 + 7$ ，這是一個加法雙胞胎問題。挑戰彼此，想出解決給定加法問題的不同方法。

**補償減法：**對於減法，我們將從兩個數字中加上或減去相同的量。這將保持它們之間的距離相同，但會使它們更容易處理。通常，這意味著將我們要減去的數字變成 10 的倍數。假設我們要減去  $13 - 8$ 。如果我們將 2 加到兩個數字上，那麼它們之間的距離保持不變，但現在我們要減去  $15 - 10$ ，這很容易。同樣，如果我們被要求做  $17 - 13$ ，我們可以從兩個數字中減去 3，然後將其變成  $14 - 10$ 。或者，我們可以從兩個數字中減去 10，然後將其變成  $7 - 3$ 。

## 步驟36：10 作為中間點

---

**10 的分解組合:** 數字 10 通常是一個方便的心算中間點，用於解決涉及 10 以上的數字的加減問題。您的孩子應該熟練掌握 10 的數字鍵，才能充分利用這些方法。

**10 以上的加法:** 假設您的孩子要解決加法問題  $5 + 7$ 。用 7 得到 10 的數字組合是 3，因此您的孩子可以使用 5 中的 3 得到 10。剩下的 5 中的 2 將使總數達到 12。關鍵是將 5 分成兩部分，3 和 2 - 一部分將 7 加到 10，另一部分加到 10 上。這道題也可以用另一種方式來解決。7 可以分成 5 和 2 - 5 加到原來的 5 得到 10，然後 2 加到 10 得到 12。

註意，這與做加法補償的思路類似。

**從大於 10 的數字中減去:** 讓我們以  $12 - 7$  為例。我們可以將其作為一道帶走題或差分題來做。

作為一個帶走的問題，我們將使用 7 中的 2 將 12 減少到 10。然後我們用剩下的 7 中的 5 將 10 減少到 5。我們將 7 分成 2 和 5，以便能夠使用 10 作為沿途的中間站。

作為差分問題，12 和 7 之間的總距離為 12 和 10 之間的距離加上 10 和 7 之間的距離。12 和 10 之間的距離為 2，10 和 7 之間的距離為 3，因此總距離為 2 加 3，即 5。

## 步驟37：以 2、5、10 為單位跳過計數

---

**簡單的:** 此時，您的孩子應該能夠熟練地以 2 為單位跳數，從任意位置開始，然後增加或減少。如果您的孩子還沒有開始，現在是時候將其擴展到以其他數字跳數了。最簡單的兩個方法是以 5 和 10 為單位跳數。

**以 10 為單位:** 以 10 為單位跳數不僅簡單易行，還能練習位值。您的孩子很快就會意識到，如果他們從 3 開始以 10 為單位跳數，所有數字的個位都會是 3，唯一改變的是十位。如果您有 100 的圖錶，請使用它嚮您的孩子展示圖錶中一系列中的所有數字都是嚮下或嚮上的。

**以 5 為單位:** 孩子掌握了以 10 為單位的跳數後，就可以開始以 5 為單位的跳數了。當孩子以 5 為單位跳數時，他們會很高興地看到，每個數字之間間隔都是 10，就像他們以 10 為單位跳數一樣。

**與其他人一起嘗試:** 不用著急數其他數字。以 9 為單位跳過計數會很有趣，因為每增加一步個位就會變小一位，而十位就會變大一位。以 11 為單位跳過計數相當容易。

**玩得開心:** 你可以把這個活動做成兩人或多人一起做。一個人說出一個數字，然後跳多高，以及是往上跳還是往下跳。然後讓每個人輪流說下一個數字。

## 步驟38：開始乘法

---

**新詞:** 在第 4 階段的後半段，涉及加倍的學習步驟描述了開始使用「乘」和「倍」這兩個詞。如果你還有有這樣做，請開始越來越多地使用這些詞。現在你有很多情況可以使用這些詞。

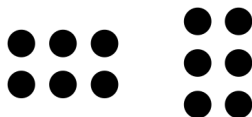
**翻倍和三倍:** 加倍是乘以 2，三倍是乘以 3，你應該開始這樣稱呼它。如果你要將某個數字加倍，比如 4，請讓你的孩子將其乘以 2，或者問他們 2 乘以 4 等於多少。他們擁有所需的所有工具，隻需適應新的措辭即可。

**跳過計數正在增加:** 如果您的孩子從 0 開始跳過 5 的計數七次，那麼您的孩子將有七個 5。這相當於將 7 乘以 5。從現在開始，任何時候要求您的孩子做乘法題時，他們都可以跳過計數來找到答案。隨著時間的推移，他們會有更好的方法來找到答案，但這是他們目前可以使用的安全方法。

## 步驟39：將 1-5 乘以 1-5

**是興奮的:** 您的孩子現在掌握了將 1 到 5 之間的任意數字乘以 1 到 5 之間的任意數字所需的所有工具。這對於年幼的孩子來說是一個令人興奮的地方。讓我們回顧一下他們所知道的所有支援這一點的知識。

**順序無所謂:** 當你做乘法時，無論你是將 3 乘以 4 還是將 4 乘以 3，結果都是一樣的。這可以節省大量工作，並允許你的孩子選擇他們最喜歡的乘法方式。例如，如果他們想通過將 5 翻倍來計算 2 乘以 5，這很好。但是，如果他們更喜歡跳過 2 的五次計數，那也是可以的。



讓您的孩子看一張有 2 行 3 個點的圖片。無論是 2 行 3 個點，還是 3 行 2 個點，總共都是 6 個點。您隻需將圖片旋轉一半即可看到它們是同一張圖片。

**乘以 2 就是加倍:** 乘以 2 與加倍相同，因此您的孩子已經具備了該技能。

**乘以 3 就是加倍再加一:** 如果您有 3 個東西，那麼這相當於有 2 個然後加 1。如果您的孩子需要將 3 乘以 4，他們可以將 4 乘以 8，然後再加 1 個 4，得到 12。或者，如果您願意，您也可以跳過 3 的計數四次，或跳過 4 的計數三次。

**乘以 4 就是翻倍兩次:** 如果要得到 4 個某數，先將其翻倍得到 2 個，然後再翻倍得到 4 個。例如，要將 4 乘以 5，先將 5 翻倍得到 10，再將 10 翻倍得到 20。

**通過跳數乘以 5:** 以 5 為單位跳過計數非常有趣，這可能是首選方法。此外，所有 5 都以 0 或 5 結尾，因此非常容易記住。

## 步驟40：策略遊戲II

**這些遊戲的價值：**策略遊戲是玩家可以選擇更好或更壞結果的遊戲。這些遊戲在數學方面為孩子們提供了許多東西，即使有明確的數字內容。特別是，它們自然而然地激勵孩子們解決問題。

**尼姆遊戲簡介：**現在您的孩子已經玩策略遊戲一段時間了，是時候研究如何從中獲得更多樂趣了。讓我們以尼姆遊戲為例。這個遊戲有一些非常簡單的規則：選擇一個起始數字，比如 10，然後選擇一個人先走。玩家輪流選擇從累計總數中減去 1 或 2。減去 0 的人獲勝。算術很簡單，但策略很有挑戰性。

**從經驗中學習：**如果你想象自己正在與一個非常有能力的對手玩遊戲，那麼遊戲就會變成一個難題。無論對手玩得多好，我如何才能找到讓我有最大獲勝機會的舉動？一種策略是多次玩遊戲，並注意哪些似乎有效，哪些無效。這種方法是一個很好的開始，它確實提供了觀察和洞察的機會。這可能是一種緩慢的學習方法，而且在複雜的遊戲中可能很難找到模式——想象一下，如果我們為尼姆遊戲選擇的起始數字是 100，那麼所有的可能性！

**解決尼姆遊戲：**我們能否預測幾步並以此找出好的舉動？從 10 開始很難做到這一點。如果我們從 5 開始，這很容易做到。如果我們減去 2，新的數字將是 3。無論此時對方是減去 1 還是 2，我們都會贏。所以，如果我們處於數字 5，我們就知道如何取勝。其他較小的起始數字會發生什麼？我們能否找到一種模式來告訴我們哪些起始數字會贏，哪些會輸？我們能解釋為什麼這種模式是正確的嗎？

**目標：**如果我們遵循這條攻擊路線，我們將完全解決如何玩尼姆遊戲的問題。對尼姆遊戲有效的方法可能對其他遊戲也有效，也可能無效。這就是解決問題的方法，每個新問題都會帶來新的挑戰和對新想法的需求。這就是樂趣所在。嚮您的孩子分享這種困惑和接受挑戰的態度。當他們玩策略遊戲時，與他們討論他們的想法，看看在那一刻什麼會更好或更壞。重點不在於找到完美的舉動，而是享受尋找它並與可以與他們分享想法的人討論它。

## 第五階段：我能數到 100！

---

在這個階段，計數會發展到 100 以上的三位數。位值的概念變得越來越重要，使用數字的擴展形式可以使許多這些概念更加清晰。既然已經掌握了個位數的加法和減法，現在是時候學習個位數的乘法和除法了。

- [步驟41：3位數](#)  
通過將展開式擴展到三位數，來加深對位值的理解。
- [步驟42：兩位數加/減](#)  
通過使用展開式來理解兩位數加法和減法的原理。
- [步驟43：跳過 2 到 10 的計數](#)  
從任意數開始，練習以2到10之間的任何數進行上下跳數。
- [步驟44：乘法 - 2、4、8、5、10](#)  
這些練習涉及倍增和5的倍數，學習起來很簡單，為理解其餘的數字打下了良好的基礎。
- [步驟45：乘法 - 3、4、6、9、11](#)  
利用多一個或少一個的概念，基於之前學習的數字來掌握這些內容。
- [步驟46：一位數乘法](#)  
您的孩子現在會掌握所有的個位數乘法了！
- [步驟47：除數、因數和倍數](#)  
引入「除數」、「因數」和「倍數」的概念。
- [步驟48：素數、合數和冪](#)  
了解質數、合數和單位。練習質因數分解——這些通常包括重複的因數，這是學習數的冪的好機會。
- [步驟49：事實家族II](#)  
按家庭將乘法和除法的知識分組。
- [步驟50：一位數除法](#)  
通過跳數練習、乘法口訣學習和事實家庭，能夠更順利地掌握有餘數和無餘數的除法。

## 步驟41：3位數

---

**許多物體:** 對於年幼的孩子來說，將數學概念與實物聯繫起來往往是最好的方法。這裏的睏難在於，一開始就很難擁有數百個物體，而且處理如此龐大的集合也很麻煩。除了擁有一組個數和十個個數的物體外，一種策略是使用符號佔位符來錶示大組，例如 100 個。你可以準備幾張紙或木頭，上面寫上「100」。

**使用物體:** 練習讓您的孩子使用按個位數、十位數和百位數分組的物體來錶示各種數量。例如，詢問如何使用這些物體錶示 325。包括 206、430 和 500 等示例，這些示例在一個或多個類別中有東西。此外，列出個位數、十位數和百位數的集合，並讓您的孩子說出這個數量的數字。

**使用擴展形式:** 一旦您的孩子完全理解了數字和數量之間的關係，就可以開始使用數字和擴展形式來錶示數字。以 325 為例。用百位數、十位數和個位數錶示它，然後使用數量錶示法以擴展形式寫出數字，即  $325 = 300 + 20 + 5$ 。以相反的方嚮進行同樣的練習，寫出  $100 + 40 + 6$ ，用物體的百位數、十位數和個位數的物理組來錶示它，然後詢問總數是多少。

## 步驟42：兩位數加/減

**個位數:** 簡單介紹一下如何操作兩個兩位數，其中一個是單數。練習用兩位數加或減一位數的最佳方法之一是使用各種跳躍大小進行跳躍計數，嚮上或嚮下，從任意數字開始。當其中一個數字是單數時，以下兩個兩位數的方法當然有效。

**使用物體:** 使用實物來鞏固孩子的理解始終是一個好主意。首先用十位數和個位數來錶示這兩個數字。

**添加:** 如果要將兩個數字相加，請將所有數字組合在一起並討論結果。如果要將兩個數字相加，例如 23 和 45，那麼隻需這樣做即可。但是，如果要將 23 和 48 相加，那麼兩組 1 至少會形成一組 10。討論一下這會如何將您擁有的 10 的總數從 6 變為 7。這稱為重組。

**減法:** 如果要減法，首先從較大的數字中減去要減去的十位，然後嘗試減去適當數量的個位。例如，如果要從 45 中減去 23，那麼個位就足夠了，您就完成了。如果個位不夠，例如要從 45 中減去 28，那麼討論如何將十位組中的一組拆分並包含在個位中。45 的原始分組為 4 個十位和 5 個個位，變為 3 個十位和 15 個個位。這也稱為重新分組。

**使用擴展形式:** 使用物體進行兩位數加減運算，直到您的孩子徹底理解該過程以及為什麼在需要時重新分組是有意義的。此時，轉到用展開形式的數字錶示加減運算。當使用展開形式的數字時，過程和步驟與使用十位數和個位數組時完全相同 - 這就是重點。

**實現自動化:** 隨著時間的推移和大量的練習，你的孩子將不再需要使用十位和個位或擴展形式。然而，就像其他許多事情一樣，不必著急達到這一點——它會隨著練習而來。

## 步驟43：跳過 2 到 10 的計數

---

**實踐:** 練習從任意位置開始，以 2 到 10 之間的任意數字為單位進行上下跳數。這對於學習乘法和除法非常有用，這並不奇怪。它對於提高心算加減法也很有幫助。跳數的好處之一是，隻要你有空閒時間，就可以在任何地方、任何時間進行。

**100 圖錶上的模式:** 尋找孩子跳過計數時出現的規律。使用 100 圖錶最容易做到這一點，但您也可以通過將數字寫在一列中並觀察個位和十位數字在列中嚮下移動時發生的情況來做到這一點。有些數字（例如 8 和 9）的個位數字有有趣的規律，而其他數字（例如 3）則不那麼有趣。

**讓事情變得有趣:** 你可以把這個活動做成兩人或多人一起做。一個人說出一個數字，然後跳多遠，並說明是往上跳還是往下跳。然後讓每個人輪流說出下一個跳數。

## 步驟44：乘法 - 2、4、8、5、10

---

**良好的框架:** 這些數字通常很容易學，而且一旦學會，它們就可以為學習剩餘的數字提供一個很好的框架。

**乘以 5 和 10:** 學會如何乘以 10 很容易，這對於理解位值很重要。它還可以使學習如何乘以 5 變得更容易。

5 可以通過跳過 5 的計數來學習，直到它們成為自動的，或者可以使用 10 來學習。如果你將 6 乘以 5，那麼你將得到 10 的一半。6 的一半是 3，所以答案是 30。如果你將 7 乘以 5，你需要將其中一個 5 放在一邊，然後像 6 乘以 5 那樣繼續。6 乘以 5 的答案是 30，然後加上保留的 5 得到答案 35。

**乘以 2、4 和 8:** 這三項可以通過多次加倍來完成。您的孩子應該已經練習過多次加倍和乘以 2。乘以 4 可以通過跳過計數或將乘以 2 的答案加倍來實現。例如，4 乘以 3 是  $2 \times 3$  的兩倍，因此答案是 6 的兩倍，即 12。乘以 8 可以通過跳過計數 8 或將乘以 4 的答案加倍來實現。

## 步驟45：乘法 - 3、4、6、9、11

---

**幾種策略:** 這些被歸類在這裏是因為它們可以通過多一或少一的方法來做，稍後會介紹。但是，其中一些可以用其他方式來完成。如果您的孩子喜歡這種方法，它們都可以用跳數來完成。乘以 4 是乘以 2 的兩倍。乘以 6 是乘以 3 的兩倍。乘以 11 非常簡單，幾乎不需要任何練習。

乘以 9 有一個特殊規則，有些孩子很喜歡。以 6 乘以 9 為例。答案是，在十位上放置一個比數字少的數字（即 5），然後用 9 減去十位得到個位（即 4）。所以 6 乘以 9 等於 54。正如你所見，這與從 6 乘以 10 中減去 6 有什麼不同，但不知何故感覺更有趣。

**多一個，少一個:** 使用多一或少一的思想，根據你現在知道如何乘以的其他數字來學習這些。數字 3、6 和 11 比你已經知道的數字多一。例如，6 乘以 7 比 5 乘以 7 多一個 7。所以 6 乘以 7 等於  $7 + 35$ ，也就是 42。

4 和 9 比您已知的數字少 1。例如，4 乘以 7 比 5 乘以 7 少 1。因此 4 乘以 7 等於  $35 - 7$ ，也就是 28。

## 步驟46：一位數乘法

---

**缺失的部分:** 如果您的孩子記住了剩下的一兩個乘法事實，他們就會知道所有個位數的乘法！例如，他們可能還不知道 7 乘以 7 等於多少。與雙胞胎加法類似，平方對許多孩子來說是一個有趣的類別，這些可以自己練習。保持所有這些練習輕鬆愉快，不要太以目標為導嚮。

**把所有內容整合在一起並記住:** 一點一點地，通過反複練習和接觸，你的孩子會記住所有的乘法事實。雖然讓這些最終對你的孩子來說變得容易和自動很重要，但這並不一定需要很快發生。更重要的是你要讓這件事變得有趣，讓你的孩子喜歡看到各種乘法事實是如何相互關聯的——哪些是其他乘法事實的兩倍或一半，哪些比其他乘法事實多一或少一，哪些乘法事實的個位數有有趣的模式。

**有限且有趣的抽認卡:** 謹慎而輕鬆地使用抽認卡或類似的東西會很有幫助。如果您的孩子很難記住一些乘法錶，請列出這些乘法錶，以便他們可以自己進行簡短的練習。

## 步驟47：除數、因數和倍數

---

**除數和約數:** 如果一個數能整除另一個數，那麼它就被稱為該數的約數。例如，3 是 6 的約數，因為 3 能整除 6 的 2 次。4 不能整除 6，因為它能整除 6 的  $1\frac{1}{2}$  次。因數與約數含義相同。

**公約數:** 在某些數學情況下，特別是在簡化分數時，找到可以整除兩個給定數字的數字很有用。這樣的數字稱為公約數或公因數。20 和 8 的公約數是 1、2 和 4。您可能會喜歡一起探索為什麼一對數字的所有公約數都是最大公約數的公約數。

**倍數:** 一個數的倍數是該數與一個整數相乘後得到的數。例如，6 的一些倍數是 0、6、12 和 18。請注意，任何數的倍數都以該數為除數。例如，6 的每個倍數都以 6 為除數。

**公倍數:** 如果一個數是兩個給定數的倍數，則稱該數為這兩個數的公倍數。6 和 4 的一些公倍數是 0、12、24 和 36。請注意，所有公倍數都是最小正公倍數的倍數。公倍數在加減分數時很有用。

**介紹這些詞:** 在討論涉及乘法和除法的情況時，慢慢嚮孩子介紹這些新詞。一旦理解了這些詞，它們就很有用，可以簡化許多討論。

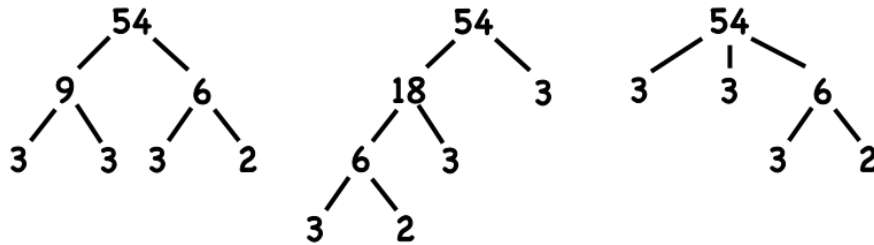
## 步驟48：素數、合數和冪

**素數:** 素數對於理解整數的乘法和除法至關重要。如你所見，素數是使用乘法的數字的構成要素。素數是大於 1 的數字，其唯一除數是 1 和它本身。數字 2、3、5、7 和 11 是前幾個素數。

**合數和 1:** 正整數有三種：1（稱為單位）、質數和合數。合數可以看作是由質數構成的。例如，12 是 2 乘以 2 乘以 3。每個大於 1 的數字要麼是質數，要麼可以唯一地寫成兩個或多個質數的乘積。

**質因數分解:** 真正了解質因數分解對您的孩子即將學習的數學的許多部分都非常有幫助。重複對數字進行質因數分解，直到 20 甚至 30，是了解這些因數分解的一個很好的練習。隻需按以下順序瀏覽數字列表：1 - 單位，2 - 質數，3 - 質數，4 - 2 乘以 2，5 - 質數，6 - 2 乘以 3，7 - 質數，8 - 2 乘以 2 乘以 2，9 - 3 乘以 3，10 - 2 乘以 5。

**冪:** 質因數分解通常涉及重複的質因數，因此這是學習冪並練習冪的好時機。說“2 的四次方”比說“2 乘以 2 乘以 2 乘以 2”更快、更容易理解。2 的平方意味著 2 乘以 2，2 的立方意味著 2 乘以 2 乘以 2。



**因子和因子樹:** 對於較大的數字，質因數分解可能不是立即顯而易見的。對於這些數字，找到其中一個因數，並利用它將問題分解成更簡單的部分。例如，54 是 9 乘以 6。因為 9 是 3 的平方，而 6 是 2 乘以 3，所以我們可以將它們放在一起得到 54 是 2 乘以 3 的立方。這個過程有時被稱為製作因數樹，上圖是創建 54 的因數樹的三種可能方法。

## 步驟49：事實家族II

---

**家庭:** 在第 3 階段，我們探索了連接加法和減法的事實係列，並看到了它們對於理解這兩個運算之間的相互關係有多大用處。與對加法和減法所做的類似，將乘法和除法事實按係列分組，以加深對它們的理解。例如， $3 \times 4 = 12$ 、 $4 \times 3 = 12$ 、 $12 / 3 = 4$  和  $12 / 4 = 3$  形成一個事實係列。

**乘法和除法是相關的:** 對於  $3 \times 4 = 12$  這一事實係列，使用一個  $3 \times 4$  的矩形來形象化這種相互關係。這個矩形的麵積是 12，即 3 乘以 4 或 4 乘以 3（即其寬度乘以長度）。要得到寬度為 3 的矩形的麵積為 12，其長度必須為 4。要得到長度為 4 的矩形的麵積為 12，其寬度必須為 3。所有這些事實都聯係在一起。

**乘法和除法互相抵消:** 我們繼續使用 3 乘以 4 的例子。如果我們從 3 開始並將其乘以 4，則結果為 12。如果我們隨後將 12 除以 4，結果又回到 3。乘以 4 然後除以 4 又回到我們開始的位置。

類似地，如果我們取 12 並除以 4，答案是 3。如果我們再將 3 乘以 4，答案是 12，也就是我們開始的地方。除以 4 然後乘以 4 會回到開始的地方。

## 步驟50：一位數除法

---

**你已經預備了道路:** 跳過計數、學習乘法錶和事實係列將為有餘數和無餘數的除法鋪平道路。在開始一般的個位數除法之前，應該掌握和理解所有這些技能。

**無餘數:** 除數為整數且無餘數的除法題大多由您的孩子通過識別相應的乘法事實來完成。例如，如果要求他們將 36 除以 4，那麼記住 4 乘以 9 等於 36 就能直接得到答案。但是，如果該方法對給定問題不起作用，那麼他們應該使用下一種方法。

**猜測和跳過計數:** 假設您的孩子被要求用 29 除以 4。您的孩子在涉及 4 的乘法運算中找不到 29，因此他們希望找到一個小於 29 的可行結果。讓您的孩子猜一個小於 29 的 4 的倍數。他們可能會猜 24，即 4 乘以 6。然後他們可以跳過計數，直到碰到 29。在這種情況下，這意味著前進到 28，即 4 乘以 7。看到他們必須停在那裏，他們得出的答案是 29 除以 4 等於 7，餘數為 1。

**檢查答案:** 檢查答案是讓孩子養成的好習慣。在最後一個例子中，我們認為我們發現 29 除以 4 等於 7，餘數為 1。通過將 4 乘以 7 得到 28，然後加 1 得到 29 來檢查這一點。所以一切都正確！