

# Pasos para aprender matemáticas

---

Esta es una colección de breves descripciones sobre los pasos matemáticos que su niño/niña progresará a medida que su mundo matemático crece y se desarrolla. Su propósito es presentar cada paso de aprendizaje, incluyendo proporcionar una idea de cómo un paso se basa sobre pasos anteriores y prepara las bases para futuros pasos. No tiene la completez y profundidad necesaria para entrenar a un maestro de matemáticas en una escuela.

Dividimos las matemáticas tempranas en las siguientes etapas. Las edades asociadas con estas etapas están pensados para ser aproximadas, y se variarán ampliamente para diferentes niños en diferentes circunstancias.

- [Etapa 1: ¡Ya puedo escucharte!- de 0 a 3 años](#)
- [Etapa 2: ¡Ya puedo contar hasta 5! - de 2 a 5 años](#)
- [Etapa 3: ¡Ya puedo contar hasta 10! - de 3 a 6 años](#)
- [Etapa 4: ¡Ya puedo contar hasta 20! - de 4 a 7 años](#)
- [Etapa 5: ¡Ya puedo contar hasta 100! - de 5 a 8 años](#)

El nombre de cada etapa es elegido para sugerir un requisito de habilidad fácil de identificar para comenzar esa etapa. Esta estructura es simple y no encajaría a cada niño perfectamente, pero sí ofrece orientación útil sobre por dónde se debe empezar.

En las siguientes páginas, hemos dividido cada una de estas etapas en una secuencia de diez pasos de aprendizaje.

# Etapa 1: ¡Puedo escucharte!

---

Esta etapa comienza tan pronto como los 4 a 6 meses de edad. Exponer a su niño/niña a todo tipo de experiencias es sumamente importante. Comience a hablar con su niño/niña a pesar de que no muestren signos externos de entenderle. Haz un hábito de señalar y describir todo tipo de cosas. A medida que su niño/niña comienza a reaccionar a sus palabras, empieza a mezclar preguntas para que su niño/niña le responda.

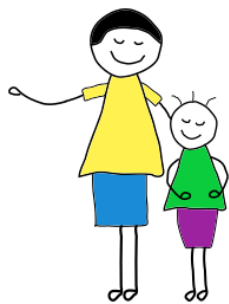
Cuando su niño/niña comienza a entender que los objetos tienen propiedades, empiece a señalar las propiedades que hacen las cosas similares o diferentes. Estas propiedades también son útiles para jugar con patrones. Finalmente, empiece a describir formas en términos de sus muchas propiedades.

Los pasos de aprendizaje de matemáticas para esta Etapa son:

- [Paso 1: Charla matemática: Temprano y con frecuencia](#)  
Constantemente señalar y describir cosas es muy importante para el desarrollo de un niño.
- [Paso 2: Charla matemática: En casa](#)  
Hay muchas cosas matemáticas en su casa de las que puede hablar.
- [Paso 3: Charla matemática: En el mundo](#)  
Habla de matemáticas en la tienda, en el parque y en muchos otros lugares. ¡Las matemáticas están a nuestro alrededor!
- [Paso 4: Charla matemática: Describir y comparar](#)  
Utiliza descripción, comparación y palabras de relación espacial con su niño/niña - ¡Esto es matemáticas!
- [Paso 5: Charla matemática: Contando](#)  
Cuando sea posible, cuente las cosas para su niño/niña.
- [Paso 6: Charla matemática: Señalar, describir y preguntar](#)  
Comienza a hacer preguntas que puedan responder de forma no verbal con señas o haciendo acciones.
- [Paso 7: Propiedades de los objetos](#)  
Sus descripciones y juegos deberían empezar a involucrar muchas propiedades de objetos.
- [Paso 8: Igual y diferente](#)  
Discutir propiedades que hacen las cosas lo mismo o diferente.
- [Paso 9: Patrones](#)  
Empieza a jugar con identificando, creando y patrones extendidos.
- [Paso 10: Formas básicas I](#)  
Presenta ideas geométricas, objetos y los nombres de formas simples.

# Paso 1: Charla matemática: Temprano y con frecuencia

**Exposición:** Durante los años tempranos, ¡todo se trata de exposición! Su niño/niña está siendo expuesto a un espectro amplio de experiencias y está descubriendo patrones en todo lo que sienten. Como parte de exponer a su niño/niña al mundo, exponlos a palabras e ideas matemáticas. Déjalos ver lo agradable que puede ser jugar con las matemáticas juntos.



**Comienza temprano:** Empiece esto incluso antes de que su niño/niña parece entender lo que está diciendo. Su niño/niña es una esponja que está obteniendo más de sus palabras que sabe.

**Señalar y describir:** Señale las cosas con las que interactúa su niño/niña y descríbalas con palabras que incluyan números, formas y colores. Si se trata de un conjunto reducido de cosas, cuénteles en voz alta a su niño/niña.

## Las múltiples facetas de la charla matemática

Hay muchas más matemáticas para hablar que sólo números.

- *Describa las cosas. Hable de tamaños, colores, texturas, formas, suavidad, humedad, calor, brillo y más. Nombrar y describir las propiedades es esencial para compararlas y descubrir patrones.*
- *Utilice palabras de comparación. Más grande, más pequeño, más alto, más ancho, más, menos, igual...*
- *Utilice palabras de posición. Por encima, por debajo, entre, cerca, lejos, encima...*
- *Hable de patrones y secuencias en el espacio y el tiempo. Refiérase al orden de las cosas como primero, segundo, tercero y último. Habla de lo que acaba de ocurrir, de lo que está a punto de ocurrir y de lo que ocurre hoy. Hable sobre patrones en los diseños que ve.*
- *Cuente cosas en voz alta y pronuncia números para referirse a cantidades.*
- *Utilice palabras de medición. Utilice palabras para indicar longitud, superficie, peso y volumen siempre que describa tamaños.*

**Esto es todo matemáticas:** Estas diferentes formas de describir las cosas y sus relaciones ¡es hablar de matemáticas! Ampliar este vocabulario y estos conceptos ayudará a su niño/niña a desarrollarse matemáticamente. También le dará un gran impulso para ayudarlo a leer y a hablar sobre el mundo.

## Paso 2: Charla matemática: En casa

---

Mientras desempeña sus rutinas del hogar y las actividades juntos, hay muchas conversaciones matemáticas que puede tener con su niño/ niña.

**Guardando las cosas:** Hable sobre las cosas que van juntas. ¿Las cosas que tienen la misma forma van juntas? ¿Hay un lugar especial para las cosas redondas o triangulares?

**Ropa:** Si estás separando ropa que fue lavada o que va a serlo, hable sobre colores, formas y tamaños. Cuando está recogiendo ropa o guardándola, hable sobre por qué algunas prendas van en unos lugares y otras van en otros.

**Acostarse y despertarse:** Estos tiempos se prestan para hacer las cosas en orden y practicar palabras como primero, segundo, tercero, último y siguiente.

**Converse mientras lee:** Contar historias le da una muy buena oportunidad de hacer matemáticas con su niño/ niña en un ambiente acogedor. Hable acerca de los personajes y las cosas en las fotos. Si hay un gran sol amarillo, apunte al sol y diga: “El sol es redondo y amarillo. Las paredes de este cuarto también son amarillas. Apunta a algo redondo en esta habitación.”

A medida que su niño/ niña crezca, apunte a cosas para contar juntos, algo como los pétalos amarillos de una flor en una foto, o pídale a su niño/ niña que apunte a las cosas que describe.



**Comida:** Mientras guardan la comida, cocinen alimentos, o preparen para la hora de comer, hay muchas oportunidades para las matemáticas. Diferentes tipos de comida necesitan ser almacenados de forma diferente- este es un buen momento para practicar palabras de relación como adentro, debajo y arriba.

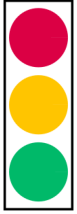
Cocinar también implica medir cantidades, hablar sobre periodos de tiempo y describir el resultado deseado para la comida. Organizar las cosas para la comida también implica organizar el número apropiado de cosas para que cada persona obtenga lo que necesita.

**Jugar con objetos:** Compara objetos cuando construyas cosas para jugar u otros usos. ¿Cuál es más alto? ¿Puede hacer una cosa más alta, ancha, grande o de el mismo tamaño que las otras? Describa y compare tamaños, números y colores de las cosas que tiene o que están en fotos.

## Paso 3: Charla matemática: En el mundo

---

**Formas:** Puede ver un círculo en un diseño en un edificio y pedirle a su niño/niña que le apunte a otros círculos que vea, por ejemplo los círculos en un semáforo. Señales de tráfico y carteles de tiendas proveen una buena cantidad de formas que puede describir y nombrar. No hay un límite de las formas, colores y cosas que puede encontrar y hablar una vez se haya acostumbrado a buscar por ellas.

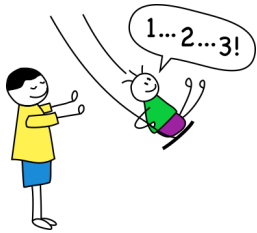


**Viajar:** Hay muchas cosas matemáticas de las que hablar cuando viaja. Si ve un carro rojo poco común, puede señalar eso y contar juntos otros carros rojos que aparecen. Pregunte sobre más grande, más pequeño, más delgado y cosas más anchas como edificios, ventanas, árboles y personas. ¿Qué cosas están más cerca que otras, y qué cosas están más alejadas?

**Contar en una tienda:** Hable sobre cuántas manzanas necesita, y luego cuente mientras las eligen. Cuente a las personas enfrente de usted, y compare eso con la longitud de otras líneas.



Señale la forma de la fruta o de las fotos en las cajas de comida. Hable sobre cómo algunas cosas vienen en caja y otras cosas vienen en botellas redondas. Puede que necesita algo en una estantería alta, o algo en un estante bajo. ¡Hay tanto que contrastar y comparar!



**En un parque:** Contar a los niños, el número de estructuras o árboles o cualquier otra cosa. Comentar sobre dónde hay más de una cosa que de otra.

**En los columpios:** Empujar a su niño/niña sobre algo que se balancea o se inclina hacia adelante y hacia atrás es una oportunidad perfecta para contar. Con cada empuje, cuente "1, 2, 3, 4, 5." Después de que su niño/niña comienza a aprender a contar hasta 5, contar desde 5 también es una buena idea. Comience o termine a veces en 0.

Señale los círculos, curvas, líneas rectas, triángulos y rectángulos del parque. Hable de cómo algunas cosas están por encima, debajo, entre o sobre otras cosas.

## Paso 4: Charla matemática: Describir y comparar

---

**Hay matemáticas importantes más allá de los números:** Describir y comparar cosas es una parte importante de ayudar a su niño/niña a aprender matemáticas temprano. Cuando los niños hacen matemáticas, usan ideas sobre las propiedades de los objetos para ayudarlos a trabajar con esos objetos, como agruparlos o encontrar patrones con ellos. Estas habilidades también ayudarán a su niño/niña cuando llegue el momento de empezar a aprender a leer.

**Señalar, describir y comparar:** Dondequiera que esté, adquiera el hábito de señalar las cosas que llaman la atención de su niño/niña o de usted y luego describirlas. Aproveche la oportunidad de comparar esas cosas con otras para que las descripciones sean más significativas. Hable de cómo dos cosas son iguales o diferentes.

**Nunca es demasiado temprano:** Desde la más tierna edad, su niño/niña aprende de todo lo que ve, oye, sabe, toca y experimenta. Añada esas experiencias cuando hablen de matemáticas. Ellos se benefician de sus palabras antes de mostrar cualquier reacción ante ellas. Eventualmente, ellos juntarán las experiencias de sus palabras y comenzarán a mostrarle que los entienden.

**Exponer, pero no se apresure:** No confunda la exposición temprana con la enseñanza. Los niños reunirán los patrones de sus experiencias a medida que estén listos para el desarrollo. Por ejemplo, no puede enseñarle a su niño/niña a contar hasta 5 explicándolo; solo puede exponerlos a que cuenten una y otra vez hasta que empiece a tener sentido. Nunca sea impaciente o los empuje a entenderlo más rápidamente; tienen mucho que aprender y naturalmente querrán darle sentido a todo.

**Juego de búsqueda:** Haga un juego de búsqueda de objetos alrededor de donde usted está. Use el juego para practicar los conceptos que su niño/niña está aprendiendo, como color, tamaño (grande, mediano, pequeño), peso (pesado, ligero), cantidad y relación (interior, arriba, abajo).

Uno de ustedes le dice al otro que ve algo redondo sobre algo marrón. El otro intenta descubrir qué es. Si tienen dificultades para encontrarla, se les da más pistas.



## Paso 5: Charla matemática: Contando

---

**Conteo, números y cantidades:** Contar y los números son lo que viene a la mente cuando la mayoría de las personas piensa en matemáticas tempranas, y son las más fáciles de relacionar y entender. Contar también es fácil de verbalizar frente a su niño/niña. Hay varias cosas en las que trabajar al mismo tiempo, por lo que puede ser más complicado de lo que usted podría pensar.

- Contando hacia adelante y hacia atrás, incluyendo 0 a veces
- Aprendizaje de los números
- Cantidades de aprendizaje

**Repitiendo la secuencia:** Al principio, todos los números que cuenta delante de su niño/niña le llevarán a que empiece a repetir los números en secuencia. No se sorprenda si dejan algunos de los números o dicen los números en el orden equivocado. Si cometen estos errores, no haga un gran problema con ellos; simplemente diga la cuenta correctamente y siga adelante. Todo esto es parte del proceso y eventualmente aprenderán los números en el orden correcto.

**Cuenta atrás a veces:** Contando regresivamente ayudará a su niño/niña a entender la secuencia. Esto ayuda a evitar que sea una secuencia de sonidos sin sentido que producen para entretener a los adultos. Puede hacerlo en casi cualquier momento que iba a contar hacía adelante. Por ejemplo, si tiene tres manzanas que quiere quitar, cuenta regresivamente de tres después de quitar cada manzana.

**Incluir 0 algunas veces:** A veces empieza su conteo en 0 para ayudar a aceptar el 0 como un número y cantidad. Puede también contar regresivamente a 0. Contar regresivamente a 0 es bueno para eventos que están a punto de empezar, digamos en diez segundos. Puede contar regresivamente a 0 y después decir “despegue” o algo similar.

**Entendiendo las cantidades:** Es completamente intuitivo para un adulto que sí cuenta una colección de cosas, digamos cuatro piedras, cuando cuente “1, 2, 3, 4” el último número que diga será el tamaño de la cantidad de cosas que tiene. Su niño/niña está aprendiendo varias cosas sobre el conteo y las cantidades. Está aprendiendo que cuando cuenta algo hace una correspondencia 1-a-1 entre las cosas y los números que está diciendo. Está aprendiendo que no importa en qué orden se cuenten las cosas. Y finalmente, está aprendiendo la regla de que “el último es el tamaño”. Los adultos dan por sentado estas cosas, pero es mucho lo que un niño debe aprender. Tenga paciencia y recuerde que no hay prisa.

**Cuenta todo:** Hay tantas cosas que contar. Cuente sillas, pasos para recorrer una distancia corta, alimentos, personas en fila, personas en un grupo, muebles alrededor de una mesa o en una habitación, brazos, piernas y quién sabe qué más. Siempre que se encuentre contando algo mentalmente, cuéntelo en voz alta delante de su niño/niña y asegúrese de contar hacia atrás y de incluir el 0 algunas veces.

## Paso 6: Charla matemática: Señalar, describir y preguntar

---

**Respondiendo:** Una vez que su niño/niña puede responder a lo que usted dice, puede comenzar a hacerle algunas preguntas. Su charla matemática sobre “Señalar y describir” ahora se convertirá en Señalar, describir y preguntar. Incluso antes de que pueda decir palabras, su niño/niña comenzará a responderle de manera no verbal a medida que comienza a comprender sus palabras.

**Hacer preguntas:** Utilice este nuevo nivel de comunicación para dejar más en claro las ideas que entiende. Por ejemplo: “¿Dónde está el pájaro?” o “¿Dónde está la pelota?” Explique claramente si su niño/niña sabe qué es un pájaro o una pelota. De manera muy similar, puede “Señalar el árbol” o “Señalar un auto” ambos conceptos funcionan.

**Dominando errores:** Haga todo tipo de preguntas. Cuestione cuál de las dos cosas es más grande o más pequeña. Pregunte en qué dirección camina. Interrogue en dónde va cada cosa. Todas estas preguntas son oportunidades para que su niño/niña exprese su comprensión y para que usted aclare cualquier confusión. Si señala algo de manera incorrecta o toma algo equivocadamente, simplemente señale lo que es correcto y no intente explicar su error.

**Haga esto mientras lee:** Ahora puede agregar preguntas a sus actividades de señalar y describir mientras lee un cuento. Señale las imágenes del cuento y desarrolle las mismas preguntas que haría sobre las cosas que le rodean.

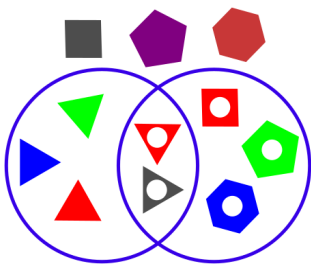
**Acertijos sencillos:** Juegue con la nueva habilidad de su niño/niña y diviértase. Diviértanse resolviendo acertijos juntos como, "Hay algo rojo debajo de algo azul. ¿Dónde está?"

## Paso 7: Propiedades de los objetos

**¡Su niño/niña responde!:** Todo el trabajo de señalar, describir y hacer preguntas que ha estado haciendo con su niño/niña le ha permitido establecer que las cosas tienen propiedades que se puede analizar y razonar. Ha estado construyendo un vocabulario de palabras y conceptos para describir cosas. Es tiempo de comenzar a usarlos más.

**Solicite cosas con una propiedad específica:** Practique el uso de propiedades pidiéndole a su niño/niña que le traiga algo que tenga esa propiedad. Por ejemplo, podría pedir "Por favor, tráeme algo que sea rojo". A medida que mejore en esto, haga que las solicitudes sean más complejas combinando más de una propiedad: "Encuentra un objeto redondo de madera".

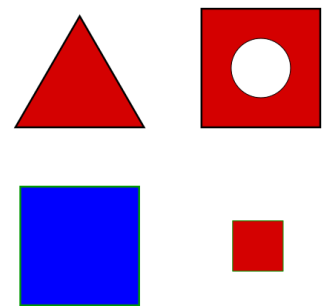
**Agrupar cosas con una propiedad:** Practique el agrupamiento de objetos con la misma propiedad. Si su niño/niña tiene una colección de objetos, pídale que coloque todos los objetos redondos a un lado.



**Un círculo para cada propiedad:** Haga que esto sea más visible dibujando un círculo grande y colocando todas las cosas que tengan una propiedad en particular dentro de ese círculo. Por ejemplo, podría colocar todas las cosas que tengan un agujero dentro del círculo. A medida que esto se vuelva más fácil para su niño/niña, use dos círculos superpuestos: un círculo podría ser para triángulos, el otro para cosas con agujeros y el área común de los dos círculos sería para triángulos con agujeros.

**¿Cuál no pertenece?:** Una actividad divertida para practicar con las propiedades es mostrarle a su niño/niña un pequeño conjunto de objetos y preguntarle cuál de ellos no pertenece a ese grupo. Desafíelo/a a identificar el objeto que no es como los demás y a explicar por qué. Acepte cualquier razón que tenga sentido; su niño/niña puede tener una razón inusual.

Por ejemplo, podría tener imágenes de algunos animales. Quizás solo uno de ellos pueda volar. Quizás solo uno de ellos tenga dos patas. Esta actividad puede brindar desafíos divertidos que le permiten a su niño/niña a pensar de manera creativa con nuevos conceptos.



## Paso 8: Igual y diferente

---

**Comparando:** Ayude a su niño/niña a comprender mejor las propiedades comparándolas y contrastándolas.

**Ejemplos:** Por ejemplo, hablemos del tamaño o la edad de un niño y un adulto: uno es más pequeño y otro es más grande, uno es más bajo y otro es más alto. O podríamos hablar de un pájaro y un perro: uno puede volar y tiene plumas y el otro tiene pelo y no puede volar.

**Igual y diferente:** Convierta esto en una actividad divertida, mostrando a su niño/niña dos objetos y preguntándole en qué se parecen y en qué se diferencian. Esté preparado para ideas sorprendentes e incluya sugerencias incoherentes junto con las más coherentes.

**Más ejemplos:** Si le da a su niño/niña una cuchara y un tenedor, es posible que diga muchas cosas. Son iguales porque se puede comer con ambos instrumentos. También son iguales porque ambos se sostienen, tienen aproximadamente el mismo tamaño o están hechos del mismo material. Son diferentes porque uno es liso y algo redondo, mientras que el otro es puntiagudo.

## Paso 9: Patrones

---

¡Los patrones están en todas partes! Reconocer, describir y crear patrones es fundamental para jugar con las matemáticas.



A continuación se muestran algunas características que pueden utilizarse por sí solas o combinarse para crear patrones:

- Patrones de movimiento: pisando, saltando, saludando, afirmando con la cabeza
- Patrones de sonido: aplaudiendo, palmeando la rodilla, chasquear la lengua, pisoteando
- Patrones de sonoridad: suave, medio, fuerte
- Patrones visuales: color, tamaño, forma

**Descubriendo patrones:** Desafíense mutuamente para encontrar patrones que se repitan dondequiera que estén. Es posible que observen un mosaico repetido en un piso, una pared o un techo. El ladrillo de un edificio puede formar un patrón interesante. Las plantas se pueden plantar siguiendo un patrón organizado en un campo. El lado de una piña o de un cono de pino puede tener un patrón en espiral. Algo podría estar produciendo sonidos siguiendo un patrón repetitivo.

**Juego: Repetir patrones:** Dos o más personas pueden desafiarse mutuamente a repetir y ampliar los patrones del otro. Esto se puede hacer de muchas maneras. La más sencilla es que una persona cree un patrón de sonidos y movimientos y que todos los demás lo repitan.

Para complicar las cosas aún más, la persona original puede agregar un elemento más al final del patrón cada vez que éste recorra el grupo. Alternativamente, cada persona puede tomar el patrón que le llega y un elemento más al final.

**Apretones de manos o golpazos:** Utilice patrones como una forma acordada de entrar a un lugar, como una habitación. Esto podría ser una serie de golpes de puño y otros apretones de manos, o golpes y pisotones que produzcan una serie de sonidos.

**Secuencia de dibujos:** Para los niños mayores, cree rompecabezas dibujando un patrón de formas. Una persona arma un patrón y luego deja espacios en la secuencia repetida para que la otra persona los complete.

## Paso 10: Formas básicas I

---

**El mundo de las formas:** Se abren muchas posibilidades a medida que su niño/niña aumenta la comprensión de las propiedades. Por ejemplo, ¡ahora puede comprender las formas geométricas y hablar sobre ellas!

**Contando lados:** Para distinguir entre un triángulo, un cuadrado, un rectángulo, un hexágono y un octágono, será necesario tener en cuenta la idea de los "lados" y poder contarlos. La creciente comprensión por parte de su niño/niña de las cantidades hará posible este conteo. Además, a medida que comience a identificar automáticamente estas formas, le ayudará a profundizar su comprensión de las cantidades de 3, 4, 6 y 8.

**Formas básicas:** Por ahora, quédese con las formas básicas y desarrolle confianza y fluidez con ellas. Por supuesto, siempre puede mezclar otras formas, como estrellas, que le gusten a su niño/niña.

Aquí hay una lista de palabras para formas planas:

- Círculo
- Triángulo
- Rectángulo (parece un trozo de papel)
- Cuadrado (rectángulo con partes iguales)
- Hexágono (6 lados)
- Octágono (8 lados –señal de alto)

Esta es una lista de palabras para formas tridimensionales:

- Pelota (Esfera)
- Cilindro (Tubo redondo)
- Caja (Cubo)

**Manos a la obra:** Utilice y explique los nombres de estas formas mientras su niño/niña juega con objetos que tienen estas formas. Dele muchas oportunidades de ver cómo encajan entre sí o cómo se construyen unas sobre otras. Ayude a identificar estas formas mientras observan las formas en el mundo.

## Etapa 2: ¡Ya puedo contar hasta 5!

---

Su niño/niña ya sabe contar hasta cinco y entiende estos números en términos de cantidades. También comprende que los objetos tienen distintas propiedades y que esas propiedades se pueden comparar y contrastar.

Durante esta etapa, su niño/niña aprenderá a contar hasta diez y comenzará a comprender la suma y resta de números pequeños. También comprenderá mucho mejor el tamaño de pequeñas cantidades de objetos.

- [Paso 11: contar desde 1 y 0](#)  
Esta es la base para comprender las cantidades y sienta las bases para la suma y la resta.
- [Paso 12: Cuenta regresiva hasta 1 y 0](#)  
Esto solidifica la comprensión de la secuencia numérica y ayuda con la resta..
- [Paso 13: Comparar pequeñas cantidades](#)  
Utilice cantidades de objetos para desarrollar la comprensión de los tamaños relativos.
- [Paso 14: Contar hacia adelante](#)  
Contar hacia adelante ayuda a comprender cantidades, ahorra tiempo al contar y es importante para sumar.
- [Paso 15: Formas básicas II](#)  
Use ideas geométricas de formas más sofisticadas.
- [Paso 16: Uno más y uno menos.](#)  
Aprender el número siguiente y el número anterior son los primeros pasos para aprender a sumar y restar.
- [Paso 17: Sumar y restar con los dedos hasta 5](#)  
Se puede manejar eficazmente pequeñas sumas de hasta 5 con una sola mano.
- [Paso 18: Sumar y restar con los dedos hasta 10](#)  
Usar los dedos de su niño/niña es una forma efectiva de realizar sumas y restas hasta 10.
- [Paso 19: Contar de 2 en 2](#)  
Esta es una forma divertida y rápida de contar un grupo de objetos.
- [Paso 20: Contar grupos](#)  
Explore diferentes formas de contar grupos de objetos.

## Paso 11: Contar desde 1 y 0

---

**Cuente todo:** Su niño/niña ya sabe contar hasta 5. Ahora está ayudando a consolidar ese conteo y también a extenderlo a números más grandes. Cuente cosas delante de su niño/niña y también cuenten juntos cuando lo deseen. Contar es la base para comprender las cantidades. También sienta las bases para la suma y la resta.

Hay muchas cosas que contar. Cuenten las sillas, los pasos para recorrer una distancia corta, los alimentos, las personas en una fila, las personas en un grupo, los muebles alrededor de una mesa o en una habitación, los brazos, las piernas y quién sabe qué más. Cada vez que se encuentre contando algo mentalmente, cuéntelo con su niño/niña y asegúrese de incluir el 0 como punto de partida en algunas ocasiones.

**Entendiendo cantidades:** Para un adulto es completamente intuitivo que si cuentas una colección de cosas, por ejemplo, cuatro piedritas, cuando cuentas "1, 2, 3, 4", el último número que digas será la cantidad de cosas que tienes. Su niño/niña está aprendiendo varias cosas. Está adquiriendo una comprensión de las cantidades. Está aprendiendo que cuando cuentas algo haces una correspondencia 1 a 1 entre las cosas y los números. Está aprendiendo que no importa en qué orden cuentas las cosas. Y, por último, está aprendiendo la regla de que "el último número es la cantidad". Los adultos dan por sentado estas cosas, pero es mucho para que un niño aprenda. Ten paciencia y recuerde que no hay prisa.

**Errores:** Hay muchos tipos de errores que puede cometer su niño/niña mientras cuenta. Es posible que omita algunos números o que se olvide de algunos de ellos. O puede que se confunda al hacer la correspondencia 1-1 con un grupo de cosas que está contando. Su niño/niña resolverá todo esto con el tiempo. Por ahora, cuando cometa un error, simplemente cuente las cosas que tiene delante de manera correcta y pase a otra cosa.

**Entender los números:** No tenga tanta prisa en que su niño/niña repita los números del 1 al 10 aunque no tenga idea de lo que está diciendo. Tómale su tiempo y refuerce la conexión de cada número con su cantidad correspondiente.

**Lectura de números:** Por supuesto, puede empezar a introducir la lectura de números cuando quiera. Sin embargo, no deje que la lectura limite el conteo. Aprender a leer números suele llevar más tiempo que aprender a leerlos y hacerse una idea de las cantidades.

## Paso 12: Cuenta regresiva hasta 1 y 0

---

**Ayuda con el significado:** El conteo regresivo es sorprendentemente eficaz para consolidar la comprensión de la secuencia numérica. Muchos niños pequeños que han aprendido a contar del 1 al 10 tienen dificultades cuando intentan contar del 10 al 1 por primera vez. Este conteo en el orden opuesto los obliga a pensar de una manera nueva sobre cómo se ordenan los números. Esto se verá sobre todo cuando su niño/niña comienza a contar hasta 100 y empieza a pensar en lo que sucede a medida que pasa de una década a la siguiente, por ejemplo, entre 69 y 70.

**Ayude con la resta:** La cuenta regresiva también es muy útil para aprender a restar. Un niño/niña que sepa contar hacia atrás aprenderá muy rápido a restar 1 y 2. También es útil que la cuenta regresiva se vuelva automática, de modo que pueda concentrar toda su atención en contar los tres pasos al hacer 9 menos 3, por ejemplo.

**Usar cuando sea natural:** Hay muchas ocasiones en las que la cuenta regresiva es lo más natural. Si quedan diez segundos en un cronómetro, puede contar hacia atrás junto con el contador. Si dice que algo se puede hacer tres veces más, pueden contar juntos hacia atrás desde tres.

**Incluye el 0:** Por lo general, es natural incluir el 0 al hacer la cuenta regresiva, y es bueno hacerlo. Si está contando el tiempo restante, cuando llegue a 0, le quedarán 0 segundos. Si cuenta la cantidad de alimentos que puede comer su niño/niña, cuando llegue a 0, no quedará ningún alimento. Es útil hacer que el 0 sea una cantidad normal y esperada con la que trabajar.

## Paso 13: Comparar pequeñas cantidades

---

**Lleva tiempo:** A su niño/niña le llevará mucho tiempo dominar todos estos conceptos y habilidades iniciales, y comparar cantidades y hacerse una idea del tamaño de las cantidades no es diferente. Crea muchas experiencias que le permitan a su niño/niña tocar, sentir y experimentar directamente los tamaños de las cantidades y cómo se comparan.

**Alinear objetos:** Una forma sencilla de comparar los tamaños de dos cantidades es alinear en correspondencia 1 a 1 un objeto al lado del otro. Por ejemplo, si juega un juego de cartas y quiere ver quién ganó, puede alinear las cartas de los dos jugadores y ver qué línea tiene cartas extras.

**Malentendidos frecuentes:** Tenga en cuenta que los niños pequeños pueden pensar que dos palitos cortos equivalen a la misma cantidad que un palito largo. Esto es perfectamente comprensible, pero muchas veces no es lo que el adulto tenía en mente.

**Dar opciones:** Coloque a su niño/niña en situaciones en las que pueda elegir entre dos grupos de las mismas cosas que le gustan. Cuando elija el grupo más grande, refuércelo diciendo que el grupo elegido tenía más que el otro grupo.

**Juegos:** Quizás pueda empezar a jugar a juegos de cartas sencillos, como el juego de la "Guerra". Utilice los puntos de las cartas para que su niño/niña pueda comparar las cantidades. Otro buen juego para practicar es "Estoy pensando en un número", en el que tiene una línea numérica de cartas con algo escondido debajo de una de ellas.

**Líneas numéricas:** Las líneas numéricas son una excelente ayuda visual para ver qué números son más pequeños (los de la izquierda) y cuáles son más grandes (los de la derecha). Es bueno que los niños aprendan esto desde una edad temprana, pero tengan en cuenta que tanto los números como su ubicación en una línea son bastante abstractos, por lo que pasará un tiempo antes de que comprendan qué está pasando con esta imagen que tiene números.

## Paso 14: Contar hacia adelante

---

**Sorprendentemente útil:** La técnica llamada “contar hacia adelante” es una idea sencilla que resulta sorprendentemente útil. A medida que su niño/niña sienta comodidad al ver a un grupo de objetos como una cantidad, comience a realizar la técnica “contar hacia adelante” para ayudarle a comprender la idea.

**Ejemplo:** Suponga que su niño/niña tiene una fila de 3 cartas y otra fila de 4 cartas. Puede contar todas las cartas una a la vez "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7" y ver que hay 7 cartas. Sin embargo, si reconoce que hay tres cartas en una fila, no necesita contarlas. Puede empezar a contar en 3, señalando las tres cartas de la primera fila y luego contar la segunda fila "4, 5, 6, 7".

**Entendiendo cantidades:** Poder contar hacia adelante ahorra tiempo y esfuerzo. También indica que su niño/niña se está acostumbrando a ver la cantidad asociada con un grupo de objetos y puede trabajar con ellos como grupo. Este es un gran salto conceptual que le resultará muy útil en todas las operaciones de suma, resta, multiplicación y división que están por venir.

**Conexión con la suma:** Empezar a sumar está fuertemente vinculado con contar. Si se le da a un niño/niña una tarjeta con tres puntos y otra con cuatro, la suma de estas dos cantidades se contará del 1 al 7. Es más rápido y más eficaz sumar 3 y 4 si se empieza por 3 o 4 y se sigue contando con el otro número. En las próximas lecciones, verá técnicas con los dedos para hacerlo.

## Paso 15: Formas básicas II

---

**Profundizando las exploraciones:** Poco a poco, las habilidades que su niño/niña va desarrollando con las formas, el conteo y las descripciones le permitirán incluir aspectos más detallados y avanzados de las formas. Utilice muchas experiencias prácticas. Haga que encaja piezas, apila cosas unas sobre otras, coloca cosas dentro de otras y estudia cómo se forman las formas en todos los objetos que lo rodean. A medida que su niño/niña experimenta con estas cosas, nombre y hable sobre las formas y haga muchas preguntas sobre ellas.

**Formas en palabras:** Puede parecer que quedan muchas palabras por aprender. Sin embargo, si tiene el hábito de exponer a su niño/niña a estas palabras, las aprenderán de forma lenta pero segura.

Esta es una lista de formas planas:

- Líneas paralelas (vías del tren, dos líneas en la misma dirección que no se encuentran)
- Ángulo recto (ángulo que se encuentra en la esquina de una hoja de papel)
- Círculo
- Triángulo
- Rectángulo (Parece un trozo de papel, tiene cuatro ángulos rectos)
- Cuadrado (rectángulo con lados iguales)
- Paralelogramo (los lados opuestos son paralelos)
- Rombo (tiene cuatro lados iguales)
- Trapecio (un par de lados paralelos)
- Pentágono (cinco lados)
- Hexágono (6 lados)
- Octágono (8 lados, señal de pare)

Esta es una lista de formas tridimensionales:

- Esfera (pelota)
- Cilindro (tubo redondo)
- Caja (Cubo)
- Pirámide (con un triángulo o cuadrado como base)

**Simetrías:** Muchas formas tienen un lado que se parece al otro cuando se refleja. Esto se llama simetría especular. La forma exterior de un cuerpo humano tiene simetría especular.

**Teselaciones:** Señala los patrones de teselación a tu niño/niña. Muchos edificios tienen patrones de teselación en los pisos, paredes o techos. Las paredes a menudo tienen patrones interesantes formados por ladrillos. Estos patrones a menudo tienen simetrías.

## Paso 16: Uno más y uno menos

---

**Más importantes de lo que parecen:** Resulta tentador pensar que estas ideas son pasos menores, casi triviales. Sin embargo, las ideas de Uno más y Uno menos son pasos iniciales e importantes para sumar y restar.

**Contar hacia arriba y hacia abajo:** Uno más y uno menos están conectados con las ideas del número siguiente y del número anterior cuando se cuenta hacia arriba y hacia abajo. Practicar el conteo en ambas direcciones ayudará a que a su niño/niña le resulte más fácil saber qué número viene a continuación y cuál fue el número anterior.

**Sumar 1 y quitar 1:** Combine estas ideas con la suma y la resta haciendo preguntas como: "¿Cuántas piedritas tienes? Si añado una más, ¿cuántas tendrías? Si quito una, ¿cuántas quedan?". Estas son preguntas muy fáciles y naturales para incluir en una conversación cotidiana, y su niño/niña puede hablar sobre ellas sin siquiera pensar que está haciendo una suma y una resta.

Si tienes 3 objetos y tu niño/niña tiene 4 de esos objetos, pueden hablar sobre varias posibilidades. ¿Tendrías la misma cantidad si tuvieras una más? ¿Tendrías la misma cantidad si tu niño/niña tuviera una menos? Juega con la idea. Si los números son 3 y 5, pueden hablar sobre obtener una más dos veces, o sobre que uno de ustedes obtenga una más y el otro obtenga una menos.

**Ampliar de 1 a 2:** Cuando su niño/niña esté listo, amplíe su comprensión de lo que sucede cuando hay dos más o dos menos. No hay prisa por llegar a esto, así que asegúrese de que su niño/niña primero comprenda a fondo qué es uno más y uno menos.

**Juegos:** Con este sencillo ejercicio de aritmética, puedes empezar a jugar a algunos juegos de suma y resta. Uno muy sencillo es jugar al juego de Nim con 1 y 2 usando la suma o la resta. Otros juegos son Sal de mi casa y Margen de uno o dos.

## Paso 17: Sumar y restar con los dedos hasta 5

---

**Sumar contando:** Durante mucho tiempo, su niño/niña ha estado resolviendo problemas de suma contando. Si se le pedía que sumará dos cosas a tres, lo hacía contando las cinco cosas. A medida que su niño/niña dominaba el método de contar, parte de ese conteo se reemplazó por comenzar con uno de los números, digamos 3 en este ejemplo, y luego contar las dos cosas restantes. Esta experiencia con el conteo también le ha permitido visualizar y dominar las ideas de 1 más y 2 más, lo que ha hecho que sumar 1 y 2 sea mucho más fácil.

**Utilizando los dedos:** Los niños de esta edad se beneficiarán mucho de tener objetos manipulables para usar al hacer sumas. Esto ayuda a consolidar su comprensión de los números en términos de cantidades. Por supuesto, el objeto manipulable que siempre tienen a su disposición son sus dedos. Al hacer nuestro ejemplo de sumar dos y tres, pueden levantar dos dedos de una mano, tres dedos de la otra y juntar las dos manos. Otra forma de hacerlo es levantar dos dedos de una mano, levantar tres dedos más de esa misma mano y luego ver un total de cinco dedos levantados.

**Añade el 0 a veces:** A veces, añada el 0. Es fácil de hacer y es importante desde el punto de vista conceptual para su niño/niña.

**Restar hasta 5:** Las ideas detrás de la práctica de la resta son similares a las de la suma. Si su niño/niña va a restar tres de cinco, pídale que levante cinco dedos y luego baje tres de ellos. Su familiaridad con uno menos y dos menos probablemente hará que restar uno y dos sea muy fácil.

**Restar 0 y todo a veces:** A veces, se pueden incluir preguntas en las que se resta 0. También se pueden incluir preguntas en las que se resta todo. Por ejemplo, si tienes tres trozos de comida y te los comes todos, ¿cuántos te quedan?

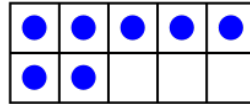
**Memorizar:** A medida que le pida a su niño/niña que resuelva los distintos problemas de suma y resta que se le presenten, se irá familiarizando cada vez más con ellos y, con el tiempo, los memorizará. Si bien es conveniente que, con el tiempo, el recuerdo de estos datos sea automático y fácil, recuerde que no hay prisa.

**Otros datos matemáticos:** Durante este tiempo, la exposición de su niño/niña a la suma no se limitará a aquellos números cuya suma sea 5 o menos, y eso está bien. Por ejemplo, probablemente habrá aprendido a sumar 1 o 2 a todos los números hasta el 10. Es posible que su niño/niña también haya comenzado a aprender las operaciones de suma de números iguales, como  $3 + 3$  o  $4 + 4$ .

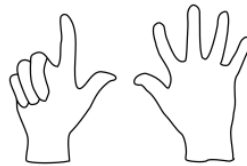
## Paso 18: Sumar y restar con los dedos hasta 10

---

**Dedos y cantidades:** Usar los dedos de su niño/niña es una forma eficaz de realizar sumas y restas hasta el 10, y le permitirá ganar confianza y comprensión de estas operaciones en términos de cantidades. El objetivo de este paso es usar los dedos de una manera sencilla para realizar operaciones de suma y resta cuyo número mayor sea diez o menos.



**Marcos de diez:** Un marco de diez es una cuadrícula de 2 x 5 de cuadrados abiertos. Estos suelen rellenarse de izquierda a derecha, llenando primero la fila superior. Son útiles para familiarizarse con cantidades hasta 10, así como para ver pares de números que suman 10: los cuadrados llenos más los vacíos siempre sumarán 10.



**Mostrando números:** Una actividad divertida para hacer con su niño/niña es mostrarle un marco de diez parcialmente lleno o una cantidad de dedos en tus manos y luego hacer que el/ella reconozca rápidamente la cantidad de cosas. Si usa cinco o más dedos, muestre cinco de esos dedos en una mano para que las dos manos parezcan un marco de diez. Esta actividad también sienta las bases para usar más fácilmente las cantidades con las dos manos para sumar y restar.

**Sumar con los dedos hasta 10:** Si ambos números son cinco o menos, levante el número correspondiente de dedos en las dos manos y cuéntelos. Alternativamente, coloque el número de dedos correspondiente a uno de los números y luego cuente esa misma cantidad de dedos más para el otro número. Cuando haya terminado, el número total de dedos que se muestra será la suma.

**Restar con los dedos hasta 10:** Para restar números que sean diez o menos, levante la cantidad de dedos correspondiente al número que se resta. Luego, baje un dedo a la vez mientras cuenta el número que se resta. La cantidad de dedos que queden levantados es la respuesta.

## Paso 19: Contar de 2 en 2

---

**Rápido y divertido:** Muéstrole a su niño/niña que esta es una forma divertida de contar que es mucho más rápida que contar de uno en uno. Si emparejas objetos y luego los cuentas de 2 en 2, reforzarán la idea de que los elementos emparejados se agrupan en pares.

**Introducción al conteo salteado:** Introduzca el conteo salteado de dos maneras. Una forma es turnarse con su niño/niña mientras cuentan hasta cierto número, alternando números a medida que avanzan: uno de ustedes contará salteado comenzando en 0 y el otro comenzará en 1. Después de un poco de práctica, uno de ustedes se queda en silencio y el otro cuenta como antes, diciendo números alternos.

Otra forma de que tu niño/niña se familiarice con el conteo salteado es contar hasta un número de manera normal la primera vez. Luego, repite el conteo diciendo en voz baja cada segundo número. Continúa practicando esto hasta que los números mencionados en voz baja no se pronuncien en absoluto.

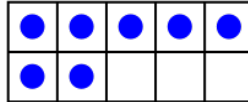
**Empezar con otros números:** Es tentador comenzar siempre desde 0. Sin embargo, si comienza con otros números, como 1, estará ayudando a su niño/niña con las habilidades de suma, multiplicación y división.

**A veces, cuenta salteado hacia atrás:** El conteo salteado regresivo ayuda con las habilidades de resta y división.

## Paso 20: Contar grupos

---

**Variedad:** Contar salteado es una forma de hacer que contar un grupo de objetos sea más interesante, y a menudo hay muchas otras formas también. Muéstrole a su niño/niña que puede usar su imaginación para explorar las muchas otras formas interesantes en que puede contar una imagen de algunos objetos.



**Marcos de diez:** Los marcos de diez ofrecen un ejemplo sencillo de diferentes formas de contar. Supongamos que tienes siete puntos de la forma habitual en un marco de diez. Puedes contar esto como 5 más 2 más. Puedes contar de 2 en 2 de izquierda a derecha para llegar a 4 y luego sumar los 3 puntos individuales. O puedes ver los 3 cuadrados en blanco y contar esto como 3 menos 10.

**Sea lúdico:** Juegue con las distintas formas en que pueden contar. Ver distintas maneras de obtener la respuesta le permitirá a su niño/niña comprender que las matemáticas se tratan de explorar y jugar, y no de llegar a una respuesta de una manera predeterminada. Todas estas distintas formas de contar también le permitirán comprender mejor las cantidades.

**Métodos aditivos:** Una forma de contar un grupo de objetos es sumar las distintas partes del grupo. Eso es lo que hicimos en este ejemplo de marco de diez, cuando sumamos 5 de la fila superior y 2 de la fila inferior.

**Contar salteado:** Es posible que veas un patrón repetido cuando sumas las partes de un grupo. Eso es lo que sucedió cuando comenzamos contando de forma salteada los dos 2 del lado izquierdo.

**Restar:** Otra técnica habitual consiste en restar lo que falta de lo que sería una colección completa. Eso es lo que hicimos cuando restamos 3 de 10 en este ejemplo.

## Etapa 3: ¡Ya puedo contar hasta 10!

---

Su niño/niña puede contar hasta diez con comodidad, y esos números y cantidades son ahora más significativos. Mejoró ahora con la suma y resta de pequeños números.

Esta etapa se extiende al contar hasta 20, y amplía el rango de números que puede sumar y restar. También introduce el principio de multiplicar y dividir. Finalmente, el mejoramiento de las habilidades analíticas y la madurez de su niño/niña justifican una discusión de ideas tempranas para jugar juegos de estrategia.

- [Paso 21: Suma mental contando adelante](#)  
Añadiendo al contar adelante desde uno de los números es un paso importante para aprender a sumar.
- [Paso 22: Resta mental: Quitar](#)  
Restar quitando y contando hacia atrás es un paso importante en el aprendizaje de la resta.
- [Paso 23: Resta mental: Diferencia](#)  
Otra forma de restar es encontrar la diferencia entre dos números por contando hacia adelante.
- [Paso 24: Vínculos numéricos](#)  
Vínculos numéricos refuerzan conceptos parciales y completos, al igual que las familias de operaciones para sumar y restar.
- [Paso 25: Valor posicional](#)  
Presente a su niño/niña el rol del 10 en los números hasta 20.
- [Paso 26: Familias de operaciones](#)  
Los hechos  $2 + 3 = 5$ ,  $3 + 2 = 5$ ,  $5 - 2 = 3$ , y  $5 - 3 = 2$  están conectados. Saber esto profundiza la comprensión de cada hecho.
- [Paso 27: Suma de números iguales y casi iguales](#)  
La mayoría de los niños aprenden fácilmente a sumar números iguales. Esto proporciona una base para duplicar.
- [Paso 28: Multiplicar y dividir por 2:](#)  
Este es el comienzo de muchos conceptos - doblar, multiplicar por 2, dividir por 2 y compartir por igual.
- [Paso 29: Contar de 2 en 2 II](#)  
Seguir desarrollando el conteo de saltos por 2s subiendo y bajando y comenzando con cualquier número.
- [Paso 30: Juegos de estrategia I](#)  
Estos juegos motivan naturalmente a los niños a resolver problemas.

## Paso 21: Suma mental contando adelante

---

**Cambio gradual:** A medida que su niño/niña desarrolla habilidades con pequeños problemas de suma y resta, cambie gradualmente a hacer más de estos cálculos mentalmente. No tengas prisa por memorizar. Este tiempo dedicado a calcular respuestas observando las relaciones entre los números dará buenos resultados en términos de una mejor comprensión de los números. Si su niño/niña domina estos datos mediante ejercicios repetidos con tarjetas didácticas, habrá desperdiciado esta importante oportunidad.

**Contando adelante** Use  $6 + 3$  como ejemplo de suma por contar adelante.

Inicialmente, su niño/niña querrá hacer esto con los dedos, y eso está bien. Diga "6" y cierre el puño para indicar el 0. A continuación, cuenten "7, 8, 9" y levante un dedo con cada número. Deténgase en el 9, cuando haya levantado tres dedos.

Con el tiempo, usar los dedos con pequeños problemas de suma se volverá menos necesario. Su niño/niña comenzará a ver mentalmente el cambio de 3 en ir de 6 a 9, y ya no tendrá que usar los dedos - al igual que ya no necesitan dedos para agregar 1 o 2.

**Empiecen con el número más alto:** Con la experiencia, su niño/niña comenzará a darse cuenta de que es más fácil y rápido comenzar con el mayor de los dos números. Por ejemplo, es más fácil hacer  $3 + 6$  como 6 con 3 más que hacerlo como 3 con 6 más. Parte de tomar esta decisión es darse cuenta de que los resultados de  $3 + 6$  y  $6 + 3$  son los mismos. ¡Esta importante observación significará aprender solo la mitad de las operaciones de suma!

## Paso 22: Resta mental: Quitar

---

**Dos tipos de resta:** Hay dos modelos para la resta, y ambos son importantes. El primero es quitar. Si te piden que restes 3 cosas de 9 cosas, probablemente pensarás que esto es quitar o eliminar 3 de las cosas. El segundo modelo implica diferencia. La diferencia entre dos números es la distancia entre ellos. Si te piden que restes 7 de 9, es probable que lo hagas para encontrar qué tan separados están, cuál es su diferencia.

Ambos conceptos de la resta son necesarios y útiles. Para el cálculo mental, tener la opción de usar 'quitar' o 'diferencia' puede marcar una gran diferencia en la facilidad del cálculo. Además, algunos problemas se entienden más naturalmente como problemas de 'quitar' o de 'diferencia'."

**Contar hacia atrás** Contar hacia atrás es una forma natural de restar. Use  $9 - 3$  como ejemplo de restar contando hacia atrás.

Al igual que con la suma, su niño/niña puede querer hacer esto inicialmente usando sus dedos, y eso está bien. Decir "9" y tener un puño cerrado para indicar 0. A continuación, contar hacia atrás "8, 7, 6" y levantar un dedo con cada número. Detenerse a las 6, cuando se hayan levantado tres dedos.

Con el tiempo, usar los dedos con pequeños problemas de resta se volverá menos necesario. Su niño/niña comenzará a ver mentalmente el cambio de 3 en ir de 9 a 6, y ya no tendrá que usar los dedos - al igual que ya no necesitan dedos para restar 1 o 2.

**Resta 1 a 4:** Con la práctica, su niño/niña aumentará la velocidad usando este enfoque para restar los números del 1 al 4. Tómese su tiempo y asegúrese de que todos disfruten el proceso.

## Paso 23: Resta mental: Diferencia

---

**Distancia o tamaño de espacio:** Si se le pide que encuentre la diferencia entre dos números, está resolviendo un problema de resta. Encontrar la diferencia se entiende como encontrar la distancia entre los números, y esto puede calcularse preguntando qué número necesita ser agregado para cubrir el espacio entre ellos.

**Contando adelante:** Utilice la diferencia de 9 y 6 como ejemplo. Calcule esto manteniendo un registro de cuántos números utiliza cuando cuenta de 6 a 9. Como con las instrucciones para agregar en un paso anterior de aprendizaje, esto se puede hacer con o sin dedos. Si su niño/niña ha estado practicando la suma de problemas, probablemente puede contar muy rápidamente "7, 8, 9" y ver que el espacio es 3.

**Resta y suma:** Contar adelante para encontrar la diferencia es una gran manera de ver la conexión entre sumar y restar. Cuando contamos a partir de 6 para añadir  $6 + 3$ , queríamos encontrar el resultado de contar adelante en tres veces. Cuando contamos desde 6 hasta encontrar  $9 - 6$ , sabíamos el resultado de 9 y queríamos saber qué necesitábamos añadir a 6 para llegar allí.

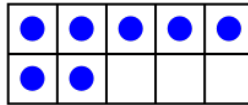
**Diferencias de 1 a 4:** Con la práctica, su niño/niña aumentará la velocidad usando este enfoque para encontrar diferencias de tamaños del 1 al 4. Tómese su tiempo y asegúrese de que todos disfruten el proceso.

## Paso 24: Vínculos numéricos

---

**Parte y todo:** Ver una cosa entera como si estuviera hecha de sus partes es un paso importante en el desarrollo del niño/niña. Los vínculos numéricos para un número, digamos 6, son todas las formas de emparejar dos números que suman hasta 6. Es todas las formas de tomar el conjunto de 6 y dividirlo en dos partes. Esto refuerza la comprensión de la conexión entre la suma y la resta como grupos que forman familias de operaciones - un tema que se cubrirá en una próxima etapa de aprendizaje.

**¿Qué falta?:** Sigamos usando los vínculos numéricos para el 6 como ejemplo. Los vínculos numéricos para el 6 son:  $0 + 6$ ,  $1 + 5$ ,  $2 + 4$  y  $3 + 3$ . Si su niño/niña los aprendió bien no tendrá problemas para responder la pregunta: "¿Qué necesito sumar a 2 para obtener 6?". Sabrá que  $2 + 4$  es un vínculo numérico para el 6, por lo que 4 es la parte del 6 que falta.



**Cuadros de diez:** La fluidez con los vínculos numéricos para todos los números hasta aproximadamente el 12 es muy útil para realizar sumas y restas. Los vínculos numéricos que surgen más a menudo son los de 10. Los cuadros de diez están diseñados para ayudar a visualizar los vínculos numéricos para 10. Un cuadro de diez con 7 puntos en él hace que sea visualmente obvio que  $7 + 3$  es un vínculo numérico de 10.

**Juegos y rompecabezas:** Hay bastantes juegos y rompecabezas que implican vínculos numéricos. Grupos de suma es un rompecabezas diseñado para practicar los vínculos numéricos. Muchos juegos, como Desafío de memoria y ¡A pescar!, tienen versiones que usan totales de objetivos y por lo tanto ejercitan vínculos numéricos.

## Paso 25: Valor posicional

---

**Significado de los números del 10 al 20:** Al principio, los números superiores al 9 pueden considerarse simplemente los siguientes números que aparecen. No hay nada malo en eso, y ese punto de vista funcionará bien por mucho tiempo. Finalmente, cuando aparezcan en el horizonte números hasta el 100, será el momento de presentar a su niño/niña el papel del 10 en los números del 10 al 20.

**Suma y resta con 10:** Comience esta introducción ayudando a su niño/niña a aprender cómo sumar 10 a números de un solo dígito y restar 10 de los números de dos dígitos de 10 a 20.

**Práctica con cantidades físicas:** Encuentra algo que tengas en abundancia, como piedras, palos o palillos. Vamos a usar 3 y 13 como ejemplo. Si colocas 13 cosas en una superficie plana, puedes separarlas en un grupo de 10 y un grupo de 3. Esto demuestra que  $3 + 10 = 13$ , y también que  $13 - 10 = 3$ .

**Números:** Si su niño/niña está en condiciones de usar números, anote  $13 = 10 + 3$  y  $13 - 10 = 3$  mientras realiza la demostración que acaba de describir. Cuando escribimos un número de dos dígitos, como 13, el lugar a la izquierda es el lugar de las decenas y el lugar a la derecha es el lugar de los unos. Entonces el lugar de las decenas dice cuántas decenas tiene el número, y los unos colocan cuántos tiene. Para 13, está compuesto de 1 diez y 3 unos, por lo que  $13 = 10 + 3$ . Como otro ejemplo, 20 está compuesto de 2 decenas y 0 unos.

**Se necesita tiempo:** Descomponer un número en decenas y unidades, particularmente de manera simbólica con números escritos, es un gran paso conceptual y debes esperar que esto requiera muchas demostraciones, muchas explicaciones y mucho tiempo. Al igual que con tantos de estos elementos fundamentales, su niño/niña lo absorberá eventualmente y no hay prisa.

## Paso 26: Familias de operaciones

---

**Una familia de operaciones:** Las operaciones de suma y resta se agrupan fácilmente en operaciones estrechamente relacionadas. Tomemos esta familia de operaciones como ejemplo:  $2 + 3 = 5$ ,  $3 + 2 = 5$ ,  $5 - 3 = 2$  y  $5 - 2 = 3$ . La imagen siguiente muestra cómo están interconectados.

Utilice este tipo de imagen con su niño/niña. Muestra un grupo de 3 puntos, otro grupo de 2 puntos y, en total, hay 5 puntos. Puede agregar los grupos de puntos en cualquiera de los dos órdenes - ya sea como  $3 + 2$  o  $2 + 3$  - y obtener el mismo resultado. Si toma los 5 puntos y cubre un grupo, digamos el grupo de 2, entonces queda claro por qué  $5 - 2 = 3$ .



**La suma y la resta están relacionadas:** Las familias de operaciones y sus imágenes asociadas dejan muy claro cuán estrechamente relacionadas están la suma y la resta. Una parte importante de su relación es que se anulan mutuamente. Si empiezas con 3 y sumas 2, y luego restas 2, vuelves a tener el 3 original. De forma similar, si empiezas con 5 y restas 2, y después añades 2, vuelves a tener el 5 original.

**El orden de la suma no importa:** Otra cosa importante a reforzar sobre las familias de operaciones es que muestran que el orden en que se realiza la suma no cambia el resultado. Entonces, si a su niño/niña se le pide que haga  $4 + 8$  y prefiere hacer  $8 + 4$ , entonces puede hacerlo.

## Paso 27: Suma de números iguales y casi iguales

---

**A los niños les gustan:** La suma de números iguales se produce cuando un número se suma así mismo, como  $3 + 3$ . Los niños generalmente disfrutan sumar números iguales, por lo que aprenden con entusiasmo y facilidad. Las sumas también son los números que se obtienen contando de 2 en 2, por lo que ayudan a reforzar estas operaciones de suma.

**Una base para duplicar:** Saber sumar números iguales lleva rápidamente a saber cómo duplicar. Supongamos que le pide a su niño/niña que duplique 3. Él/Ella sabe que duplicar algo significa restarle dos. Por lo tanto, duplicar 3 significa 3 más 3, que es 6.

**Casi iguales:** Un par de números son casi iguales si están separados por un número, como  $3 + 4$ . Una vez que su niño/niña sepa cómo sumar números iguales, el siguiente paso es fácil, que es averiguar los números casi iguales. Piense en  $3 + 4$  como  $3 + 3 + 1$ , por lo que es 1 más que  $3 + 3$ . Por lo tanto,  $3 + 4 = 6 + 1 = 7$ . Alternativamente, piense en  $3 + 4$  como  $(4 - 1) + 3$ , que es 1 menos que  $4 + 4$ . Por lo tanto,  $3 + 4 = 8 - 1 = 7$ . Permita que su niño/niña elija el enfoque que prefiera para cada número casi igual, o diviértase haciéndolo de ambas maneras.

La técnica de usar un efecto matemático para comprender y resolver un hecho matemático es efectiva. Esto le ayudará a su niño/niña a aprender en los próximos meses muchos hechos matemáticos. Así que tómese su tiempo y asegúrese de que comprenda totalmente su función. Para explicarlo, demuestre cómo 3 objetos y 4 objetos se pueden dividir en 3 objetos más 3 objetos más uno más - poder ver y tocar cosas a esta edad es realmente eficaz.

## Paso 28: Multiplicar y dividir por 2

---

**Conceptos conectados:** En el paso de aprendizaje anterior, analizamos la duplicación. La cual está vinculada a una cantidad sorprendente de conceptos relacionados, como podrá observar pronto.

**Multiplicando por 2:** Multiplicar por 2 es lo mismo que duplicar. Sin embargo, se utilizan palabras nuevas e interesantes a las que su niño/niña tendrá que familiarizarse. Cuando se presente por primera vez la frase multiplicar por 2, asegúrese de mezclar el uso de la duplicación de vez en cuando para facilitar la transición. Su niño/niña estará adaptándose a las nuevas palabras “multiplicar” y “por”.

**La mitad de algo:** Cuando algo se duplica, como 3 duplicado es 6, entonces puede tomar la mitad del resultado y recuperar el número original. Por ejemplo, figure 3 duplicados como dos filas de 3 cosas. Significa que, tomar la mitad de esas dos filas coincidentes es tomar una de las filas, que son 3 cosas.

**Reparto equitativo:** Cuando se habla de tomar la mitad de algo, se puede combinar eso con la idea de compartir equitativamente entre dos personas. Si dos personas reciben partes iguales, cada una recibirá lo mismo y eso será la mitad de la cantidad original.

**Dividiendo por 2:** Si su niño/niña se siente cómodo/a con todos los conceptos que ha aprendido hasta ahora en este proceso de aprendizaje, ¡entonces está listo para hablar sobre la división! Puede comenzar a hablar sobre dividir algo en partes iguales, dividirlo en dos o dividirlo por dos. Combine todas estas frases: le llevará tiempo asimilar este nuevo vocabulario. En lo que respecta a las matemáticas, ¡ya domina todas las ideas!

**Ejemplos concretos:** Practique mucho con cada una de estas nuevas ideas y palabras con grupos de objetos. Haga que la comprensión de su niño/niña sea concreta en lugar de simplemente indefinida. Cualquier momento en que haya algo para compartir entre dos personas es un momento perfecto para practicar. Por supuesto, puede comenzar a extenderlo y compartirlo entre más de dos personas si así lo desea.

**El comienzo de la multiplicación y división:** Cómo ha visto, este es el punto de partida de la multiplicación y la división. Hay una o dos ideas nuevas y mucho vocabulario nuevo. ¡Es emocionante ver a su niño/niña adentrarse en esta nueva parte del mundo!

## Paso 29: Contar de 2 en 2 II

---

**Nuevas conexiones:** Su niño/niña comenzó a contar de 2 en 2 durante la Etapa 2. Ahora cuenta de 2 en 2 más rápido y con más frecuencia, además de conectarse con nuevas ideas, como la multiplicación y los números pares e impares.

**Multiplicando por 2:** Por ejemplo, multiplicar algo por 2 significa sumar esa cantidad de 2. Supongamos que su niño/niña está calculando 5 por 2. Esto significa sumar 2 a sí mismo 5 veces, que es exactamente lo que obtendrá si cuenta de 2 en 2 5 veces comenzando en 0. Por supuesto, también puede calcular esta cantidad duplicando el número, en este caso 5.

**Empiece en cualquier lugar y vaya hacia arriba o hacia abajo:** Es importante seguir practicando el conteo de 2 en 2, comience en cualquier parte y avance hacia arriba y hacia abajo. Esta práctica será sorprendentemente útil para sumar, restar, multiplicar y dividir. Adquiera el hábito de realizar esta práctica cada vez que tenga una gran colección de cosas por contar.

**Números pares e impares:** Un número par es aquel que se puede dividir en dos partes iguales. Es una cantidad que dos personas pueden repartir y no les sobra nada. Los números impares son los otros números, los números que no se pueden repartir de forma equitativa. Los números pares son los números que se obtienen al contar de 2 en 2 a partir del 0. Los números impares son los números que se obtienen al contar de 2 en 2 a partir del 1.

**Conteo salteado por otros números:** Si lo desea, este es un buen momento para empezar a contar con otros números. Contar de 10 en 10, de 11 en 11 y de 5 en 5 son buenos puntos de partida.

## Paso 30: Juegos de estrategia I

---

**Etapas de desarrollo:** Los juegos de estrategia son juegos en los que los jugadores tienen opciones que producen mejores o peores resultados. Estos juegos tienen mucho que ofrecer a los niños. En particular, los motiva naturalmente a resolver problemas. Sin embargo, la dificultad con estos juegos es que requieren el cumplimiento de reglas y la voluntad de participar en un juego organizado. Si su niño/niña aún no está listo para este tipo de entorno, tenga paciencia y déjelo llegar a un punto de desarrollo en el que esté listo/a. Aún hay tiempo.

**Ser paciente:** Cuando los niños están listos para jugar con juegos organizados y se les presenta un nuevo juego, probablemente necesitará mucha paciencia. Es posible que las primeras diez veces que su niño/niña intente jugar el juego se divierta con todas las piezas y haga muchas cosas que no tienen nada que ver. Este es un proceso. Su niño/niña necesita familiarizarse con el juego y sus piezas, y la novedad desaparecerá poco a poco. Sabrá cuando esté listo/a y su paciencia habrá valido la pena.

**Jugar alrededor:** Al principio, es posible que su niño/niña no tenga un verdadero entendimiento de lo que es ganar o perder, y no comprenda que sus decisiones marcan la diferencia. No hay problema. Ustedes están allí para divertirse juntos. Con el tiempo, y a medida que el juego y sus opciones se vuelven más familiares, su niño/niña comenzará a ver que sus decisiones importan y marcan la diferencia.

**Matemáticas a veces invisibles:** Los juegos de estrategia no siempre incluyen componentes numéricos, pero de todos modos son matemáticos. Cualquier juego de estrategia ofrece muchas oportunidades importantes de aprendizaje, algunas son matemáticas y otras no. Como se mencionó con anterioridad, la resolución de problemas ocupa un lugar destacado en la lista de habilidades que se desarrollan con estos juegos. También se desarrolla el pensamiento crítico y la comunicación lógica. El seguimiento de reglas y la toma de turnos son favorables para el aprendizaje socioemocional.

## Etapa 4: ¡Ya puedo contar hasta 20!

---

Durante esta etapa, su niño/niña extenderá su conteo hasta 100. Mientras su conteo se desarrolla, es importante que tenga un entendimiento firme del valor posicional de dos cifras. También va a dominar todas las hechas de suma y resta de una sola cifra. Este es un tiempo bien interesante cuando se empieza a dominar la multiplicación de los números entre 1 y 5.

- [Paso 31: Contar hasta 100](#)  
Contar hacia adelante y atrás para profundizar el entendimiento de estos números.
- [Paso 32: Valor posicional de dos dígitos](#)  
Usar la forma expandida para entender el valor posicional y cómo comparar los números.
- [Paso 33: Sumar con los dedos](#)  
Aprender a sumar con los dedos de la manera más sencilla.
- [Paso 34: Restar con los dedos](#)  
Aprender a restar con los dedos de la manera más sencilla.
- [Paso 35: Compensación para suma y resta](#)  
La compensación es una herramienta útil para simplificar los cálculos de suma y resta.
- [Paso 36: 10 como un punto intermedio](#)  
Usar 10 como un punto intermedio para sumar y restar.
- [Paso 37: Contar de 2 en 2, 5 en 5 y 10 en 10](#)  
Practicar el conteo salteado hacia adelante y hacia atrás, empezando con cualquier número.
- [Paso 38: Empezar a multiplicar](#)  
Presente con delicadeza las palabras "multiplicar" y "veces" para describir la duplicación y el conteo salteado.
- [Paso 39: Multiplicar 1-5 por 1-5](#)  
En este momento, su niño/niña sabe todos los hechos de multiplicación para 1 a 5.
- [Paso 40: Juegos de estrategia II](#)  
Discuta ideas más avanzadas sobre juegos de estrategia.

## Paso 31: Contar hasta 100

---

**10's:** Cuando el conteo de su niño/niña se extiende de 20 hasta 100, los más difíciles son los cambios de 10. Durante esas partes necesita dar apoyo y práctica extra. Cuando su niño/niña sabe la secuencia de los 10, normalmente puede rellenar los cambios en 1 fácilmente. Por ejemplo, va a aprender rápidamente a contar "70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79."

**Contar de 10 en 10:** Cuando su niño/niña está atascado/a contando entre 1 y 100, normalmente el problema es una transición en 10. Preguntas típicas para ayudar a su niño/niña a desatascar son: "¿Qué viene después de los 60?" o "¿Qué viene antes de los 50?" Practicando el conteo saltado por 10 puede ayudar con esto. Si su niño/niña puede producir los 10 de 0 a 100 adelante y atrás, estará listo/a para responder a las preguntas sobre cuáles 10 son las próximas o las anteriores.

**Usar objetos:** Enseña el significado del conteo practicándolo con un grupo grande de objetos pequeños, por ejemplo, piedrecitas. Recoge 100 de estos objetos y ponlos en una pila al lado. Mientras su niño/niña cuenta por adelante empezando con uno, mueva un objeto a la vez con cada número para incluirlo en el grupo actual de objetos. Cada vez que se forma un grupo de diez objetos, ponga ese grupo en un área especial para dieces. Mientras los números aumentan, el área de los dieces tendrá más y más grupos de dieces. Para cuando su niño/niña llega a los 50, debe tener cinco grupos de diez y un grupo más pequeño de restos.

También puede practicarlo al revés empezando con diez grupos de dieces y quitando uno a la vez mientras su niño/niña cuenta por atrás empezando con 100.

**Contar en ambas direcciones:** Los niños frecuentemente pueden contar bien y rápido de 1 a 100, pero después tienen dificultad contando en la otra dirección. Contando de 100 a 1 requiere más pensamiento sobre las transiciones entre los dieces y mejora el entendimiento general de los números.

**Gráfica numeral de 100:** Una gráfica de diez por diez con todos los números de 1 a 100, o de 0 a 99, ayudará a su niño/niña a reconocer los patrones numéricos. Esto hará especialmente evidente que la posición de los dieces se mantiene constante para cada grupo de diez, mientras que el uno cambia.

## Paso 32: Valor posicional de dos dígitos

---

**Significado de los números:** Ver un número de dos cifras como un número de dieces y unos es central a comprender y trabajar con esos números. Haciendo suma y resta de dos cifras requiere fluidez con los conceptos de valor posicional. Desarrolla el entendimiento con muchas experiencias con objetos físicos y números escritos.

**Grupos de diez:** Toma algo de lo que tengas en abundancia, haz un gran montón y agrúpalo en algunos grupos de diez. Luego, pida a su niño/niña que tome 23 elementos de esa gran pila y los organice en grupos de diez. Van a formar dos grupos de diez y tres sobrantes. Observe lo que pasa con los grupos de diez en esas 23 mientras añade o quita algunas cosas, asegurándose de que nunca haya más de 9 objetos individuales en ningún momento.

**Forma expandida:** La forma expandida de un número se escribe como una suma de las partes de valor posicional. Por ejemplo, 23 se escribe como  $20 + 3$ , y 256 se escribe como  $200 + 50 + 6$ . Practique con su niño/niña convirtiendo en ambas direcciones entre la forma normal del número y su forma expandida. Señale que la forma expandida de un número es el mismo que tomar un grupo de objetos y ponerlos en grupos de diez con unos sobrantes.

**Contando con rayitas:** Contando con grupos de cinco rayitas es algo natural que a la gente le gusta, y es relacionado poderosamente a valor posicional. Si estás contando 23 cosas con rayitas, vas a terminar con 4 bultos de 5 y 3 rayitas sobrantes. Esos 4 bultos de 5 pueden ser reorganizados como 2 bultos de 2 grupos de 5, que es la forma expandida de 23.

**Contar salteado:** Contar salteado por varios números es una manera de desarrollar práctica mental con suma o resta con números de uno y dos cifras. Aunque es una buena manera de practicar, algunos niños no estarán listos para los pasos mentales que requiere – no hay prisa. Aquí hay dos ejemplos. Con mucha práctica, estos pasos mentales serán automáticos.

Empezando con 23, cuente adelante de 8 en 8. Piense en 23 como  $20 + 3$ . Usando los vínculos numéricos para 10, 3 necesita 7 más para formar un grupo de 10. Use 7 de los 8 añadidos para que  $3 + 7$  formen otro grupo de 10. Entonces,  $23 + 8$  se convierte en  $20 + 10 + 1$ , que es 31.

Empezando con 32, cuente hacia atrás de 5 en 5. Separe 5 en 3 y 2. Para restar 5, primero vamos a quitar 3 y después quitar 2. 23 menos 3 nos lleva a 20, que pensamos como  $10 + 10$ . Restando los 2 sobrantes de uno de esos dieces, quedamos con 8, pues la respuesta es  $10 + 8$ , que es 18.

## Paso 33: Sumar con los dedos

---

**Contar adelante usando los dedos:** Puede usar este método para añadir cualquier número de una cifra a otro número. El niño/la niña usa las manos para mantenerse al tanto del número de una cifra que está añadiendo. Se usa contar hacia adelante para encontrar el total final, y también las habilidades del niño/niña a reconocer cantidades de dedos.

**Ejemplo:** Use  $8 + 7$  como un ejemplo. Podemos empezar con cualquiera de los dos números, pero será más rápido y mucho más fácil si empezamos con el número más grande, en este caso el 8. Empiece con todos los dedos bajados y ambas manos en un puño cerrado. Su niño/niña va a contar empezando con 8, levantando un dedo cada vez que se menciona un número nuevo. Entonces, empezando con "8" sin ningunos dedos levantados, el niño/la niña cuenta adelante y dice "9, 10, 11, 12, 13, 14, 15" levantando un dedo más cada vez. Su niño/niña va a parar en 15 porque verá que tiene 7 dedos levantados.

**Empezando con cualquier número:** Ojo que su niño/niña puede usar este método empezando con cualquier número. Este ejemplo se puede usar igualmente para sumar  $58 + 7$ .

**Es fiable, pero será reemplazado:** Con el tiempo va a ser reemplazado con otros métodos, pero por este momento es fiable y su niño/niña puede asegurarse que siempre puede encontrar la respuesta correcta cuando la necesita.

## Paso 34: Restar con los dedos

---

**Dos restas:** Los dos modelos de resta, quitar y diferencia, son ambos importantes y necesita practicar los dos. Aquí hay métodos que usan las manos para mantener al tanto del parte de la calculación. Tal como suma de los dedos, estos métodos usan las habilidades del niño/la niña en reconocer cantidades de dedos. Vamos a usar  $14 - 8$  como el ejemplo para ambos métodos.

**Quitar con los dedos:** Este método usa contar atrás para quitar un número de una cifra de cualquier otro número. Pida que su niño/niña empiece con dos puños cerrados y diga "14." Contando hacia atrás de 14, el niño/la niña va a levantar un dedo más con cada número nuevo: "13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6." Su niño/niña va a parar en 6 cuando ve que tiene 8 dedos levantados.

**Diferencia con los dedos:** Este método usa contar hacia adelante para encontrar la diferencia de una cifra entre dos números cualquiera. Pida que su niño/niña empiece con dos puños cerrados y diga "8." Contando adelante empezando con 8, su niño/niña va a levantar un dedo más con cada número nuevo: "9, 10, 11, 12, 13, 14." Cuando llega a 14, mirará los dedos y verá que la diferencia es 6.

**Es fiable, pero será reemplazado:** Con el tiempo va a ser reemplazado con otros métodos, pero por este momento es fiable y su niño/niña puede asegurarse que siempre puede encontrar la respuesta correcta cuando la necesita.

## Paso 35: Compensación para suma y resta

---

**Útil y más fácil de lo que piensas:** Compensación es una herramienta útil en la aritmética mental para simplificar calculaciones de suma y resta de todos los tamaños. Entenderla también aumenta el sentido numérico para suma y resta. Es más simple de lo que parece.

Por ejemplo, suponga que está añadiendo  $99 + 15$ . Reconoce que 99 solo necesita uno más para ser 100, que es mucho más fácil. Entonces va a mover 1 del 15 al 99 – va a tener el mismo número total, pero son distribuidos de una manera mucho más fácil. El problema se convierte en  $100 + 14$ , que puede calcular fácilmente. Vamos a hacer este tipo de compensación.

**Compensación para suma:** La idea es quitar o añadir un poquito para hacerlo más fácil trabajar con algunos números. Normalmente vamos a convertir uno de los números en un múltiplo de 10. Suponga que está añadiendo  $8 + 7$ . Solo necesita 2 más para convertir el 8 en 10, pues quite ese 2 del 7. Entonces  $8 + 7$  se convierte en  $10 + 5$ , muy fácil. Podríamos también hacerlo añadiendo 3 al 7 para convertirlo en 10. En ese caso, cambiaremos  $8 + 7$  a  $5 + 10$ .

**Más compensación para suma:** Hay otras posibilidades para usar compensación en problemas de suma. Considere  $6 + 8$ . El 6 podría dar 2 al 8 para convertir el problema en  $4 + 10$ . Pero, el 8 podría dar 1 al 6 para hacerlo  $7 + 7$ , un problema de sumar números iguales. Pida a cada uno que piense en diferentes maneras de hacer cada problema de suma.

**Compensación para resta:** Para restar, vamos a sumar o restar el mismo aumento de ambos números. Así vamos a mantener la misma diferencia pero será mucho más fácil trabajar con ellos. Típicamente esto significa convertir uno de los números a un múltiplo de 10. Suponga que estamos restando  $13 - 8$ . Si añadimos 2 a ambos números, la distancia queda lo mismo, pero ahora estamos restando  $15 - 10$ , que es mucho más fácil. De la misma manera, si necesitamos hacer  $17 - 13$ , podríamos quitar 3 de ambos números y convertirlo en  $14 - 10$ . Alternativamente, podríamos restar 10 de ambos números y convertirlo en  $7 - 3$ .

## Paso 36: 10 como un punto intermedio

---

**Vínculos numéricos para 10:** El número 10 es frecuentemente un buen punto intermedio en la aritmética mental para problemas de suma y resta con números más de 10. Su niño/niña debe tener un buen dominio de los vínculos numéricos de 10 para aprovechar de estos métodos.

**Sumas de números mayores a 10:** Suponga que su niño/niña tiene el problema de suma  $5 + 7$ . El vínculo numérico para 10 usando 7 es 3, entonces su niño/niña puede usar 3 de los 5 para llegar a 10. Los 2 restantes del 5 llegan a un total de 12. El objetivo es separar el 5 en dos pedazos, 3 y 2 - uno lleva el 7 al 10, y el otro se añade al 10. También puede hacer este problema de la otra manera. Podría separar el 7 en 5 y 2 - el 5 se añadiría al 5 original para llegar a 10, y el 2 se añadiría al 10 para llegar a 12.

Ojo que es similar al pensamiento para la compensación de suma.

**Restar de un número mayor que 10:** Usamos  $12 - 7$  como un ejemplo. Podemos hacer este problema quitando o tomando la diferencia.

Como un problema de quitar, vamos a usar 2 de los 7 para reducir 12 a 10. Después tenemos 5 de los 7 restantes para reducir el 10 a 5. Dividimos 7 en 2 y 5 para usar 10 como un punto intermedio.

Como un problema de diferencia, la distancia total entre 12 y 7 es la distancia entre 12 y 10 más la distancia entre 10 y 7. La distancia entre 12 y 10 es 2, y la distancia entre 10 y 7 es 3, entonces la distancia total es  $2+3$ , que es 5.

## Paso 37: Contar de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10

---

**Los fáciles:** En este punto, su niño/niña debería sentir comodidad al contar de 2 en 2, comenzando desde cualquier lugar y avanzando hacia adelante o hacia atrás. Si su niño/niña aún no ha comenzado, es hora de extender esto para contar de forma salteada por otros números. Los dos más fáciles son contar de 5 en 5 y de 10 en 10.

**De 10 en 10:** contar de 10 en 10 no solo es fácil, sino que también permite practicar el valor posicional. Su niño/niña se dará cuenta rápidamente de que, si cuenta de 10 en 10 a partir del 3, todos los números tendrán un 3 en el lugar de las unidades y lo único que cambia es el lugar de las decenas. Si tiene una tabla del 100 disponible, úsela para mostrarle a su niño/niña que todos los números van hacia arriba o hacia abajo en una columna de la tabla.

**De 5 en 5:** Cuando su niño/niña ha dominado contar de 10 en 10, ya es hora de contar de 5 en 5. Al contar de 5 en 5, su niño/niña notará que cada segundo número está a 10 de distancia, como si estuviera contando de 10 en 10."

**Experimentar con otros:** No hay prisa para hacer los otros números. Contar de 9 en 9 puede ser divertido porque el lugar uno reduce por uno y el lugar diez aumenta por uno en cada paso. Contar de 11 en 11 es bastante fácil.

**Diviértanse:** Esto se puede convertir en una actividad de dos o más personas. Alguien empieza por decir un número, de cuanto en cuanto hay que contar, y si van a contar para adelante o para atrás. Después tome turnos con cada persona diciendo el próximo número.

## Paso 38: Empezar a multiplicar

---

**Nuevas palabras:** Durante la segunda mitad de Etapa 4, los pasos educacionales incluyen doblando descrito con palabras como “multiplica” y “por.” Si todavía no lo ha hecho, empiece a usar estas palabras con más frecuencia. Ya tiene suficientes situaciones para usarlas.

**Duplicando y triplicando:** Duplicando es multiplicar por 2, y triplicando es multiplicar por 3, así lo debe llamar. Si estás duplicando algún número, digamos 4, pida que su niño/niña lo multiplique por 2 o pregúntele qué es 2 por 4. Ya tiene todas las herramientas que necesita, solo hay que ajustar a la nueva formulación.

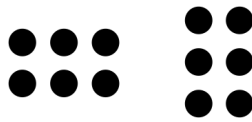
**Contar de forma salteada es multiplicar:** Si su niño/niña cuenta de 5 en 5 siete veces comenzando desde 0, tendrá siete 5. Eso es lo mismo que multiplicar 7 por 5. De ahora en adelante, cada vez que su niño/niña necesita hacer un problema de multiplicación, podrá contar de forma salteada para encontrar la respuesta. Con el tiempo, tendrá mejores formas de encontrar la respuesta, pero este es un método seguro que puede usar por ahora.

## Paso 39: Multiplicar 1-5 por 1-5

---

**Es emocionante:** Su niño/niña ahora tiene todas las herramientas que necesita para dominar multiplicar cualquier número de 1 a 5 por cualquier número de 1 a 5. Es un momento muy emocionante. Revisamos todo lo que conoce para apoyar esto.

**El orden no importa:** Cuando multiplicas, no importa si multiplicas 3 por 4 o 4 por 3, el resultado es lo mismo. Esto puede ahorrar mucho tiempo y deja que su niño/niña escoja su manera favorita de multiplicar. Por ejemplo, si quiere calcular 2 por 5 duplicando 5, está bien. Sin embargo, si prefiere contar de 2 en 2 cinco veces, también está bien.



Pida que su niño/niña vea una imagen de 2 filas de 3 puntos. Tanto si tiene 2 filas de 3 puntos, o 3 filas de 2 puntos, tiene el mismo total de 6 puntos. Solo se necesita girar la imagen a medias para ver que las imágenes son iguales.

**Multiplicar es duplicar:** Multiplicar por 2 es lo mismo que duplicar, entonces su niño/niña ya tiene esa habilidad.

**Multiplicar por 3 es duplicar y uno más:** Si tiene 3 de algo, es lo mismo que tener 2 de ellos y añadir uno más. Si su niño/niña necesita multiplicar 3 por 4, puede duplicar 4 para obtener 8 y luego sumarle un 4 más para obtener 12. Alternativamente, también puede contar de 3 en 3 cuatro veces o de 4 en 4 tres veces, si lo desea.

**Multiplicar por 4 es duplicar dos veces:** Si quiere llegar a 4 de algo, empiece por duplicar, y después duplique ese número. Por ejemplo, para multiplicar 4 por 5, duplique 5 para llegar a 10, y después duplique 10 para llegar a 20.

**Multiplicar por 5 contando de 5 en 5:** Contar de 5 en 5 es muy divertido, probablemente sea el método preferido. Además, todos los números terminan en 0 o 5, por lo que son bastante fáciles de recordar.

## Paso 40: Juegos de estrategia II

---

**El valor de estos juegos:** En los juegos de estrategia los jugadores tienen opciones que producen resultados mejores y peores. Estos juegos ofrecen mucho a los niños matemáticamente, aun cuando no hay contenido específicamente numérico. En particular, motivan a los niños de una manera natural a resolver problemas.

**Una introducción a Nim:** Ahora que su niño/niña ha jugado juegos de estrategia por un rato, ya es tiempo de investigar cómo sacar más beneficios de ellos. Usamos el juego de Nim como un ejemplo. El juego tiene unas reglas muy simples: se escoge un número para empezar, digamos 10, y una persona para tomar el primer turno. Los jugadores alternan turnos escogiendo entre restar 1 o 2 del total acumulado. La persona que llega a 0 gana. El aritmético es bastante simple, pero la estrategia es difícil.

**Aprendiendo de la experiencia:** Si imagina que está jugando cualquier juego contra un oponente muy hábil, el juego se convierte en un acertijo. ¿Cómo puedo encontrar el paso que me da la mejor chance de ganar sin importar cómo juega mi oponente? Una manera es jugar muchas veces y prestar atención a cuáles estrategias funcionan bien. Este método es un buen comienzo y da una oportunidad para la observación y percepción. Puede ser un método lento para aprender, y puede ser muy difícil encontrar patrones en juegos complicados -- ¡imagine todas las posibilidades si escogiéramos el número 100 para comenzar el juego de Nim!

**Resolviendo Nim:** ¿Es posible mirar a hacia unos pasos adelante y así descubrir buenas jugadas? Eso sería difícil si empezáramos por 10. Si empezamos con 5, es bastante fácil. Si restamos 2, el nuevo número será 3. Ahora no importa si el otro jugador resta 1 o 2, vamos a ganar. Entonces, si estamos en el número 5, sabemos cómo ganar. ¿Qué pasa con otros números de comienzo? ¿Podemos encontrar un patrón que nos diga cuáles números de comienzo serán ganadores y cuáles serán perdedores? ¿Podemos explicar por qué funciona ese patrón?

**El objetivo:** Si seguimos ésta estrategia, vamos a resolver completamente cómo jugar el juego de Nim. Lo que funciona para Nim quizás puede funcionar para otro juego, y quizás no. Esto es el resolver de los problemas, y cada problema nuevo trae nuevos desafíos y la necesidad de nuevas ideas. Es por eso que es tan divertido. Comparta con su niño/niña esa actitud de jugar y ser desafiado. Mientras juegan un juego de estrategia, pregunte a su niño/niña sobre sus ideas de cuáles serían las jugadas mejores o peores en ese momento. El objetivo no es tanto encontrar la jugada perfecta sino disfrutar de encontrarla, y tener una discusión sobre ella con gente que tiene ganas de compartir ideas.

## Etapa 5: ¡Ya puedo contar hasta 100!

---

En esta etapa, el conteo avanza hacia números de tres dígitos posteriores a 100. Las ideas sobre el valor posicional se vuelven cada vez más importantes y el uso de la forma expandida para los números puede aclarar muchas de estas ideas. Ahora que se domina la suma y la resta de un solo dígito, es hora de aprender la multiplicación y la división de un solo dígito.

- [Paso 41: Valor posicional de 3 dígitos](#)  
Amplíe el uso de la forma expandida a números de 3 dígitos para comprender el valor posicional.
- [Paso 42: Suma y resta de dos dígitos](#)  
Utilice la forma expandida para ver cómo funcionan la suma y la resta de 2 dígitos.
- [Paso 43: Conteo de 2 en 2 a 10 en 10](#)  
Practique el conteo para adelante y para atrás comenzando en cualquier lugar y con cualquier número del 2 al 10.
- [Paso 44: Multiplicación: 2, 4, 8, 5, 10](#)  
Estos implican duplicación y múltiplos de 5. Se aprende rápidamente y proporcionan un buen marco para los números restantes.
- [Paso 45: Multiplicación: 3, 4, 6, 9, 11](#)  
Utilice la idea de uno más o uno menos para aprenderlos basándose en los números anteriores.
- [Paso 46: Multiplicación de un solo dígito](#)  
¡Tu niño/niña ahora sabrá todas las multiplicaciones de un dígito!
- [Paso 47: Divisores, factores y múltiplos](#)  
Introduzca los términos divisores, factores y múltiplos.
- [Paso 48: Primos, compuestos y potencias](#)  
Aprendan sobre números primos, números compuestos y unidades. Practiquen la factorización de números primos, que suele implicar factores repetidos. Este es un buen momento para aprender sobre potencias de números.
- [Paso 49: Familias de operaciones II](#)  
Agrupe las operaciones de multiplicación y división por familias.
- [Paso 50: División de un solo dígito](#)  
Su trabajo con el conteo saltado, el aprendizaje de las tablas de multiplicar y las familias de operaciones facilitará la división con y sin resto.

## Paso 41: Valor posicional de 3 dígitos

---

**Muchos objetos:** Relacionar los conceptos matemáticos con objetos físicos suele ser la mejor estrategia para los más pequeños. La dificultad aquí es que no es tan fácil tener cientos de objetos en primer lugar, y también puede resultar complicado manejar una colección tan grande. Además de tener grupos de unidades y decenas de algún objeto, una estrategia es utilizar marcadores simbólicos para grupos grandes, como los de 100. Puedes tener varios trozos de papel o madera en los que hayas escrito "100".

**Utilice objetos:** Practique haciendo que su niño/niña represente varias cantidades usando objetos agrupados en unidades, decenas y centenas. Por ejemplo, pregúntele cómo se representaría 325 usando estos objetos. Incluya ejemplos como 206, 430 y 500 que tengan cero elementos en una o más categorías. Además, presente conjuntos de unidades, decenas y centenas y pídale a su niño/niña que nombre el número para esta cantidad.

**Utiliza la forma expandida:** Una vez que su niño/niña sienta comodidad con la conexión entre los números y sus cantidades, comience a usar numerales y formas desarrolladas para representar los números. Tome un número, como 325, por ejemplo. Representélo con cantidades para centenas, decenas y unidades, y luego use la representación de cantidades para escribir el número en forma desarrollada como  $325 = 300 + 20 + 5$ . Haga esta misma práctica en la dirección opuesta escribiendo  $100 + 40 + 6$ , representándolo con grupos físicos de centenas, decenas y unidades de objetos, y luego pregunte cuál es el número total.

## Paso 42: Suma y resta de dos dígitos

---

**Un solo dígito:** Una introducción sencilla al trabajo con dos números de dos dígitos es que uno de ellos sea un número de un solo dígito. Una de las mejores formas de practicar la suma o resta de un número de un solo dígito con un número de dos dígitos es realizar el conteo salteado utilizando distintos tamaños de salto, hacia adelante o hacia atrás y comenzando en cualquier número. Los siguientes métodos para dos números de dos dígitos funcionarán, por supuesto, cuando uno de los números sea un número de un solo dígito.

**Utilice objetos:** Siempre es una buena idea reforzar la comprensión de su niño/niña mediante el uso de objetos. Comience por representar ambos números con grupos de decenas y unidades.

**Suma:** Si estás sumando dos números, junta todos los grupos y analiza el resultado. Si estás sumando dos números, como 23 y 45, eso es todo lo que necesitas hacer. Sin embargo, si estás sumando 23 y 48, los dos grupos de unos forman al menos un grupo de diez. Habla sobre cómo eso cambia el número total de decenas que tienes de 6 a 7. Esto se llama reagrupación.

**Resta:** Si estás restando, comienza quitando las decenas que se restan del número mayor y luego intenta quitar la cantidad adecuada de unidades. Por ejemplo, si estás restando 23 de 45, entonces hay suficientes unidades y ya está. Si no hay suficientes unidades, como si estuvieras restando 28 de 45, entonces analiza cómo uno de los grupos de decenas debe dividirse e incluirse con las unidades. La agrupación original de 45 como 4 decenas y 5 unidades se convierte en una agrupación de 3 decenas y 15 unidades. Esto también se llama reagrupación.

**Utiliza la forma expandida:** Utilice objetos para sumar y restar números de dos dígitos hasta que su niño/niña comprenda completamente el proceso y por qué tiene sentido reagrupar cuando es necesario. En este punto, comience a representar la suma y la resta con números escritos en forma expandida. Cuando trabaja con números en forma desarrollada, el proceso y los pasos son exactamente los mismos que cuando trabajaba con grupos de decenas y unidades, y ese es el objetivo.

**Hazlo automático:** Con el tiempo y mucha práctica, tu niño/niña dejará de necesitar usar grupos de decenas y unidades o la forma expandida. Sin embargo, como ocurre con tantas otras cosas, no hay prisa por llegar a ese punto: llegará con la práctica.

## Paso 43: Conteo de 2 en 2 a 10 en 10

---

**Practica:** Practiquen el conteo hacia adelante y hacia atrás comenzando en cualquier lugar y con cualquier número del 2 al 10. No es de extrañar que esto sea útil para aprender a multiplicar y dividir. También resulta muy útil para mejorar la suma y la resta mental. Una de las ventajas de contar salteado es que se puede hacer en cualquier lugar y en cualquier momento en que tengas tiempo libre.

**Patrones en un cuadro de 100:** Busquen patrones que cuando su niño/niña cuente de forma salteada. Esto se ve fácilmente utilizando una tabla de 100, pero también puede hacerlo escribiendo los números en una columna y observando lo que sucede con los dígitos de las unidades y las decenas a medida que avanzan por la columna. Algunos números, como el 8 y el 9, tienen patrones interesantes en sus dígitos de las unidades, y otros números, como el 3, no son tan interesantes.

**Hazlo divertido:** Esto es algo que se puede convertir en una actividad para hacer con dos o más personas. Alguien dice un número para empezar, cuál será el tamaño del salto y si se debe contar hacia adelante o hacia atrás. Luego recorra el grupo y cada persona diga el siguiente número de conteo salteado.

## Paso 44: Multiplicación: 2, 4, 8, 5, 10

---

**Un buen marco:** Estos números suelen aprenderse rápidamente y, una vez aprendidos, proporcionan un buen marco para aprender los números restantes.

**Multiplicar por 5 y 10:** Saber multiplicar por 10 es fácil de aprender y es importante para comprender el valor posicional. También puede facilitar el aprendizaje de la multiplicación por 5.

Los 5 se pueden aprender contando de 5 en 5 hasta que se vuelvan automáticos, o se pueden aprender usando 10 en 10. Si multiplicas 6 por 5, obtendrás la mitad de decenas. La mitad de 6 es 3, entonces la respuesta es 30. Si multiplicas 7 por 5, debes dejar uno de los 5 a un lado y proceder como lo harías para 6 por 5. La respuesta para 6 por 5 es 30, y luego sumar el 5 que tienes en reserva da la respuesta de 35.

**Multiplicar por 2, 4 y 8:** Estos tres se pueden hacer con muchas duplicaciones. Su niño/niña debería haber practicado mucho la duplicación y la multiplicación por 2. Multiplique por 4 ya sea contando de a saltos o duplicando el resultado de multiplicar por 2. Por ejemplo, 4 por 3 es el doble de  $2 \times 3$ , por lo que el resultado es 6 duplicado, que es 12. Multiplique por 8 contando de a saltos por 8 o duplicando el resultado de multiplicar por 4.

## Paso 45: Multiplicación: 3, 4, 6, 9, 11

---

**Algunas estrategias:** Estas estrategias se agrupan aquí porque se pueden hacer usando "uno más" o "uno menos", lo que se describe a continuación. Sin embargo, varias de estas se pueden hacer de otras maneras. También se pueden hacer contando salteado, si tu niño/niña lo prefiere. Multiplicar por 4 es el doble de multiplicar por 2. Multiplicar por 6 es el doble de multiplicar por 3. Multiplicar por 11 es bastante simple y apenas requiere práctica.

Multiplicar por 9 tiene una regla especial que a algunos niños les encanta. Tomemos como ejemplo 6 por 9. Para la respuesta, ponga uno menos que el número en el lugar de las decenas (que es 5) y reste las decenas de 9 para obtener las unidades (que es 4). Entonces, 6 por 9 es 54. Como verá, esto no es diferente a restar 6 de 6 por 10, pero de alguna manera parece más divertido.

**Uno más y uno menos:** Usa la idea de uno más o uno menos para aprender estos números basándose en otros números que ya saben multiplicar. Los números 3, 6 y 11 son uno más que los números que ya conoce. Por ejemplo, 6 por 7 es uno más 7 que 5 por 7. Entonces, 6 por 7 es  $7 + 35$ , que es 42.

Los números 4 y 9 son uno menos que los números que ya conocen. Por ejemplo, 4 por 7 es uno menos 7 que 5 por 7. Por lo tanto, 4 por 7 es  $35 - 7$ , que es 28.

## Paso 46: Multiplicación de un solo dígito

---

**Tablas faltantes:** Si su niño/niña memoriza una o dos tablas de multiplicación que faltan, ¡entonces sabrá todas las multiplicaciones de un solo dígito! Por ejemplo, es posible que aún no sepa cuánto es 7 por 7. Al igual que la suma de números iguales, los cuadrados son una categoría divertida para muchos niños, y pueden practicarlos por su cuenta. Mantenga toda esta práctica alegre y no se centre demasiado en objetivos.

**Juntarlo todo y memorizar:** Poco a poco, con práctica y exposición repetida, su niño/niña memorizará todas las tablas de multiplicación. Si bien es importante que con el tiempo se vuelvan fáciles y automáticas, no es esencial que esto suceda rápido. Es mucho más importante que haga que esto sea divertido y que su niño/niña disfrute viendo cómo se relacionan las distintas tablas de multiplicación: cuáles son el doble o la mitad de otras, cuáles son una unidad más o una unidad menos que otras y cuáles tienen patrones interesantes en sus dígitos.

**Tarjetas didácticas limitadas y divertidas:** Si se usan con moderación y desenfado, las tarjetas didácticas o algo similar pueden resultar útiles. Si su niño/niña tiene problemas para recordar algunas tablas de multiplicación, haga una lista de solo esas tablas para que pueda practicarlas brevemente por su cuenta.

## Paso 47: Divisores, factores y múltiplos

---

**Divisores y factores:** Si un número se divide uniformemente entre otro número, se le llama divisor. Por ejemplo, 3 es divisor de 6 porque 3 se divide en 6 exactamente 2 veces. 4 no es divisor de 6 porque cabe en él  $1\frac{1}{2}$  veces. La palabra factor significa lo mismo que divisor.

**Divisores comunes:** En algunas situaciones matemáticas, en particular en la simplificación de fracciones, resulta útil encontrar números que dividan exactamente dos números dados. Dichos números se denominan divisores comunes o factores comunes. Los divisores comunes de 20 y 8 son 1, 2 y 4. Puede que disfruten explorando juntos por qué todos los divisores comunes de un par de números son divisores del mayor de los divisores comunes.

**Múltiplos:** Un múltiplo de un número es todo aquello que se puede obtener multiplicando el número por un número entero. Por ejemplo, algunos múltiplos de 6 son 0, 6, 12 y 18. Observe que cualquier múltiplo de un número tiene ese número como divisor. Por ejemplo, cada uno de los múltiplos de 6 tiene 6 como divisor.

**Múltiplos comunes:** Un número que es múltiplo de dos números dados se dice que es múltiplo común de ellos. Algunos múltiplos comunes de 6 y 4 son 0, 12, 24 y 36. Observe que todos los múltiplos comunes son múltiplos del menor de los múltiplos comunes positivos. Los múltiplos comunes serán útiles para sumar y restar fracciones.

**Introduce estas palabras:** Presente lentamente estas palabras nuevas a su niño/niña mientras habla sobre situaciones que involucran multiplicación y división. Son palabras útiles que simplifican muchas conversaciones una vez que las entiende.

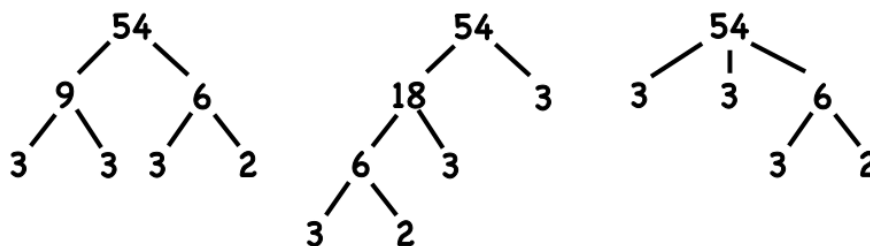
## Paso 48: Primos, compuestos y potencias

**Primos:** Los números primos son fundamentales para comprender la multiplicación y la división de números enteros. Como verás, los primos son los elementos básicos de los números que utilizan la multiplicación. Un número primo es un número mayor que 1 cuyos únicos divisores son 1 y él mismo. Los números 2, 3, 5, 7 y 11 son los primeros números primos.

**Compuestos y 1:** Existen tres tipos de números enteros positivos: 1 (que se denomina unidad), primos y compuestos. Se puede considerar que los compuestos están contruidos a partir de números primos. Por ejemplo, 12 es 2 por 2 por 3. Todo número mayor que 1 es primo o puede escribirse de forma única como producto de dos o más primos.

**Factorizaciones primas:** Conocer bien las factorizaciones primas será muy útil para muchas partes de las matemáticas que su niño/niña está a punto de aprender. Repetir las factorizaciones primas de los números hasta el 20, o incluso el 30, es un buen ejercicio para conocer estas factorizaciones. Simplemente revise la lista de números en el siguiente orden: 1 - unidad, 2 - primo, 3 - primo, 4 - 2 por 2, 5 - primo, 6 - 2 por 3, 7 - primo, 8 - 2 por 2 por 2, 9 - 3 por 3 y 10 - 2 por 5.

**Potencias:** Las factorizaciones primas suelen implicar factores primos repetidos, por lo que este es un buen momento para aprender sobre potencias y practicarlas. Es más rápido y fácil de entender "2 elevado a la cuarta" que decir "2 por 2 por 2 por 2". 2 al cuadrado significa 2 por 2, y 2 al cubo significa 2 por 2 por 2.



**Factores y árboles de factores:** Para números más grandes, puede que no sea inmediatamente obvio cuál es la factorización prima. Para estos números, encuentre uno de los factores y utilícelo para dividir el problema en partes más fáciles. Por ejemplo, 54 es 9 por 6. Como 9 es 3 al cuadrado y 6 es 2 por 3, podemos unirlos para obtener 54 es 2 por 3 al cubo. Este proceso a veces se denomina hacer un árbol de factores, y en la imagen de arriba se muestran tres formas posibles de crear un árbol de factores para 54.

## Paso 49: Familias de operaciones II

---

**Familias:** En la Etapa 3, exploramos las familias de operaciones que conectan la suma y la resta, y vimos lo útiles que son para comprender las interconexiones entre esas dos operaciones. De manera similar a lo que se hizo para la suma y la resta, agrupe las operaciones de multiplicación y división por familias para comprenderlas más profundamente. Por ejemplo,  $3 \times 4 = 12$ ,  $4 \times 3 = 12$ ,  $12 / 3 = 4$  y  $12 / 4 = 3$  forman una familia de operaciones.

**Multiplicar y dividir se relacionan:** Para la familia de operaciones  $3 \times 4 = 12$ , visualice esta interconexión utilizando un rectángulo de  $3 \times 4$ . El área de este rectángulo es 12, que es 3 por 4 o 4 por 3: su ancho por su largo. Para obtener un área de 12 para un rectángulo de ancho 3, el largo debe ser 4. Para obtener un área de 12 para un rectángulo de largo 4, su ancho debe ser 3. Todos estos hechos están relacionados.

**Multiplicar y dividir se deshacen entre sí:** Sigamos usando el ejemplo de 3 por 4. Si empezamos con 3 y lo multiplicamos por 4 llegamos a 12. Si luego tomamos 12 y lo dividimos por 4, el resultado vuelve a ser 3. Multiplicar por 4 y luego dividir por 4 nos lleva de nuevo al punto de partida.

De manera similar, si tomamos 12 y lo dividimos por 4, el resultado es 3. Si luego multiplicamos 3 por 4, el resultado es 12, que es el punto de partida. Dividir por 4 y luego multiplicar por 4 nos devuelve al principio.

## Paso 50: División de un solo dígito

---

**Has preparado el camino:** Su trabajo con el conteo salteado, el aprendizaje de las tablas de multiplicación y las familias de tablas de operaciones le facilitará el camino para dividir con y sin resto. Todas esas habilidades deben dominarse y comprenderse bien antes de comenzar con la división general de un solo dígito.

**Sin resto:** Los problemas de división en los que el divisor se divide en partes iguales sin resto se resuelven, en su mayoría, reconociendo el hecho de multiplicación correspondiente. Por ejemplo, si se les pide que dividan 36 por 4, recordar que 4 por 9 es 36 los llevará directamente a la respuesta. Sin embargo, si ese método no funciona para un problema determinado, entonces deben usar el siguiente método.

**Adivinar y contar de forma salteada:** Supongamos que a su niño/niña se le pide que divida 29 por 4. No encontrará 29 entre las operaciones de multiplicación que incluyan 4, por lo que querrá encontrar un resultado que sea menor que 29 que sí funcione. Haga que su niño/niña adivine un múltiplo de 4 que sea menor que 29. Podría adivinar 24, que es 4 por 6. Luego puede contar de manera salteada hacia adelante hasta que llegue a 29. En este caso, eso significará avanzar hasta 28, que es 4 por 7. Al ver que tiene que detenerse allí, tiene su respuesta de que 29 dividido por 4 es 7 con un resto de 1.

**Comprobar la respuesta:** Comprobar las respuestas es un buen hábito que tu niño/niña debe desarrollar. En este último ejemplo, creemos que hemos descubierto que 29 dividido por 4 es 7 con un resto de 1. Compruébalo multiplicando 4 por 7 para obtener 28 y luego sumando 1 para obtener 29. ¡Así todo cuadra!