

수학 학습 길잡이

수학 학습 길잡이는 아이의 수학 세계가 커지고 발달하는 과정에서 거치게 되는 수학 학습 스텝을 짧게 정리한 자료예요. 각 스텝을 소개하는 동시에, 한 스텝이 이전 스텝 위에서 어떻게 이어지고 다음 스텝의 바탕이 되는지 감을 잡도록 돕는 것이 목적이에요. 학교에서 수학 교사를 양성할 정도의 완전성과 깊이를 갖춘 자료는 아니에요.

초기 수학 학습을 아래 5단계로 나눴어요. 연령대는 참고용이며, 아이와 환경에 따라 차이가 클 수 있어요.

- [1단계: 말소리가 들려요! - 0 3세](#)
- [2단계: 5까지 셀 수 있어요! - 2 5세](#)
- [3단계: 10까지 셀 수 있어요! - 3 6세](#)
- [4단계: 20까지 셀 수 있어요! - 4 7세](#)
- [5단계: 100까지 셀 수 있어요! - 5 8세](#)

각 단계의 이름은 그 단계를 시작할 때 필요한 준비 수준을 쉽게 짐작할 수 있도록 정했어요. 이 기준이 모든 아이에게 완벽히 맞는 것은 아니지만, 어디서부터 시작하면 좋을지 정할 때 유용한 길잡이가 될 거예요.

이후 페이지에서는 각 단계를 10개의 수학 학습 스텝으로 나누어 순서대로 소개해요.

1단계: 말소리가 들려요!

이 단계는 생후 약 4 6개월부터 시작될 수 있어요. 아이에게 다양한 경험을 접하게 해 주는 것이 중요해요. 아직 알아듣지 못하는 것처럼 보여도 아이에게 계속 말을 걸어 주세요. 주변의 사물을 가리키며 설명하는 습관을 들이고, 아이가 말에 반응하기 시작하면 아이가 대답할 수 있도록 질문도 섞어 보세요.

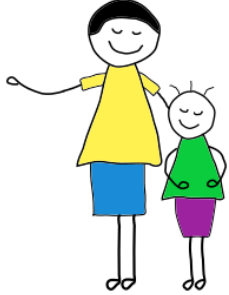
아이가 사물에 속성이 있다는 것을 이해하기 시작하면, 사물들이 어떻게 비슷하거나 다른지 설명해 주세요. 그리고 도형도 여러 가지 속성으로 설명해 보는 연습을 시작해 보세요.

이 단계에서의 수학 학습 과정은 다음과 같아요:

- [학습 스텝 1: 수학 대화 - 일찍 시작해서 자주](#)
사물을 계속 가리키고 설명해 주는 것이 아주 중요해요. 아이가 이해하는 것처럼 보이기 훨씬 전부터 시작해 주세요.
- [학습 스텝 2: 수학 대화 - 집에서](#)
집 안에는 이야기할 수 있는 수학적 요소가 정말 많아요.
- [학습 스텝 3: 수학 대화 - 밖에서](#)
가게, 공원 등 다양한 곳에서 수학 이야기를 해 보세요. 수학은 어디에나 있어요.
- [학습 스텝 4: 수학 대화 - 묘사하고 비교하기](#)
묘사하는 말, 비교하는 말, 위치 관계를 나타내는 말을 아이와 함께 써 보세요. 이것도 수학이에요.
- [학습 스텝 5: 수학 대화 - 수 세기](#)
기회가 될 때마다 아이와 함께 여러 가지를 세어 주세요.
- [학습 스텝 6: 수학 대화 - 가리키고 묘사하고 질문하기](#)
아이가 손가락으로 가리키거나 행동으로 대답할 수 있는 질문부터 시작해 보세요.
- [학습 스텝 7: 사물의 속성](#)
설명과 놀이 속에 사물의 다양한 속성이 자연스럽게 들어가도록 해 보세요.
- [학습 스텝 8: 같은 점과 다른 점](#)
무엇이 같고 무엇이 다른지, 그 차이를 만드는 속성에 대해 이야기해 보세요.
- [학습 스텝 9: 패턴](#)
패턴을 찾아보고, 만들어 보고, 이어 가는 놀이를 시작해 보세요.
- [학습 스텝 10: 기본 도형 I](#)
기하 개념을 천천히 소개하고, 간단한 도형의 이름을 알려 주세요.

학습 스텝 1: 수학 대화 - 일찍 시작해서 자주

자주 접하게 해 주세요: 이 시기에는 ‘자주 접하게 해 주는 것’이 핵심이에요! 아이는 아주 다양한 경험을 접하고, 자신이 느끼는 모든 것에서 패턴을 발견해 가고 있어요. 아이에게 세상을 보여 주는 과정에서 수학 단어와 아이디어도 함께 접하게 해 주세요. 함께 수학 놀이를 하는 것이 즐거울 수 있다는 것을 아이가 자연스럽게 보게 해 주세요.



일찍 시작해요: 아이가 아직 뜻을 이해하는 것처럼 보이기 전부터 시작해도 좋아요. 아이는 스펀지처럼 많은 것을 흡수하고 있고, 우리가 생각하는 것보다 말에서 더 많은 것을 얻고 있어요.

가리키고 설명해 주세요: 아이가 만지고 바라보는 것들을 가리키면서 숫자, 모양, 색깔 같은 말을 섞어 설명해 주세요. 물건이 몇 개 안 되는 경우에는, 아이에게 들리도록 소리 내어 함께 세어 주세요.

수학 대화는 생각보다 훨씬 넓어요

수학 대화는 숫자 이야기만 있는 것이 아니에요.

- 사물을 묘사해요. 크기, 색, 질감, 모양, 부드러움, 젖어 있음, 뜨거움, 밝기 등 다양한 특징을 말해 보세요. 속성에 이름을 붙이고 설명하는 것은 비교하고 패턴을 찾는 데 꼭 필요해요.
- 비교하는 말을 써요. 더 크다, 더 작다, 가장 크다, 가장 넓다, 더 많다, 더 적다, 같다 등
- 위치를 나타내는 말을 써요. 위, 아래, 사이, 가까이, 멀리 등
- 공간과 시간의 패턴과 순서를 이야기해요. 첫째, 둘째, 셋째, 마지막 같은 순서 말을 써 보세요. 방금 일어난 일, 곧 일어날 일, 오늘 일어나는 일을 말해 보세요. 주변에서 보이는 무늬나 디자인의 반복도 함께 찾아보세요.
- 소리 내어 세고, 수량을 가리키는 말로 숫자를 사용해요.
- 측정하는 말을 써요. 크기를 설명할 때 길이, 넓이, 무게, 부피 같은 말도 자연스럽게 섞어 보세요.

이것도 다 수학이에요: 사물과 그 관계를 이렇게 다양한 방식으로 묘사하는 것이 바로 수학 대화예요! 이런 어휘와 개념을 차근차근 쌓아 가면 아이의 수학적 발달에 큰 도움이 돼요. 또한 아이가 세상을 읽고 말로 설명하는 능력에도 큰 힘이 돼요

학습 스텝 2: 수학 대화 - 집에서

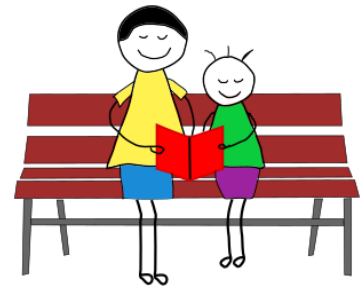
가정에서 함께 생활하며 집안일을 할 때, 아이와 나눌 수 있는 수학 대화가 정말 많아요.

정리하기: 어떤 것들이 한데 모여야 하는지 이야기해 보세요. 같은 모양인 것끼리 함께 두면 좋을까요? 동그란 것들만 두는 자리가 따로 있을까요, 삼각형 모양은 따로 둘까요?

옷: 세탁하려고 옷을 분류할 때나 세탁을 끝낸 옷을 정리할 때, 색과 모양, 크기를 이야기해 보세요. 옷을 주워 담거나 제자리에 넣을 때, 어떤 옷은 여기 두고 어떤 옷은 저기에 두는지 이유를 함께 말해 보세요.

잠들기와 일어나기: 이 시간대는 ‘순서대로 하기’를 이야기하기 좋아요. 첫째, 둘째, 셋째, 마지막, 다음 같은 말을 자연스럽게 연습해 보세요.

책을 읽으며 이야기해요: 책 읽는 시간은 포근한 분위기에서 아이와 수학 대화를 하기 좋은 기회예요. 등장인물과 그림 속 사물들을 함께 이야기해 보세요. 예를 들어 큰 노란 해가 나오면, 해를 가리키며 이렇게 말해 볼 수 있어요. “해는 둥글고 노랑지. 이 방 벽도 노랑네. 이 방에서 둥근 걸 하나 가리켜 볼래?”



아이가 조금 더 크면, 그림 속 노란 꽃잎을 가리키며 함께 세어 보거나, 네가 묘사하는 것을 아이가 직접 가리키게 해 보세요.

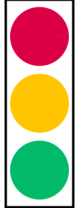
음식: 음식을 정리하거나 요리하거나 식사를 준비할 때도 수학을 이야기할 기회가 많아요. 음식 종류에 따라 넣어 둘 자리가 다르죠. 이때 ‘안에’, ‘아래에’, ‘위에’ 같은 관계를 나타내는 말을 쓰기 좋아요.

요리는 양을 재고, 시간이 얼마나 걸리는지 이야기하고, 어떤 결과가 되길 원하는지 설명하는 과정이 들어 있어요. 식사 준비를 할 때는 각 사람이 필요한 만큼의 수를 맞춰 놓는 일도 포함돼요.

물건을 가지고 놀기: 놀이를 위해 무언가를 만들거나 쌓을 때, 물건들을 비교해 보세요. 어떤 것이 더 높을까요? 하나를 더 높게, 더 넓게, 더 크게 만들 수 있을까요? 가지고 있는 물건이나 그림 속 물건의 크기, 개수, 색을 묘사하고 비교해 보세요.

학습 스텝 3: 수학 대화 - 밖에서

모양: 건물의 무늬에서 원을 발견하고 “주변에서 다른 원도 찾아볼까?” 하고 아이에게 물어볼 수 있어요. 예를 들어 신호등의 둥근 불도 원이죠. 교통 표지판과 가게 간판도 모양을 보고 이름 붙이기 좋은 재료가 많아요. 이렇게 찾아보는 습관만 들이면, 모양과 색, 세기를 끝없이 발견하고 이야기할 수 있어요.

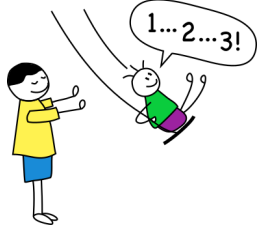


이동할 때: 이동하는 동안에도 수학으로 이야기할 거리가 많아요. 조금 특별한 빨간 차를 보면 “저 빨간 차 봐!” 하고 가리키고, 비슷한 빨간 차가 몇 대나 더 있는지 함께 세어볼 수 있어요. 건물, 창문, 나무, 사람처럼 ‘더 크다/더 작다’, ‘더 가늘다/더 넓다’ 같은 비교도 해 보세요. 무엇이 더 가깝고 무엇이 더 먼지도 함께 이야기해 보세요.

가게에서 세기: 사과가 몇 개 필요한지 이야기하고, 고르면서 함께 세어 보세요. 줄 앞에 사람이 몇 명인지 세고, 다른 줄과 길이를 비교해 보는 것도 좋아요.



과일 모양이나 식품 상자에 있는 그림의 모양도 가리켜 보세요. 어떤 것은 상자에 담겨 있고, 어떤 것은 둥근 병에 담겨 있기도 해요. 높은 선반의 물건이 필요할 때도 있고, 낮은 선반의 물건이 필요할 때도 있죠. 묘사하고 비교할 수 있는 것이 정말 많아요!



공원에서: 아이들 수, 놀이 구조물 수, 나무 수 등 무엇이든 세어 보세요. 어떤 것이 더 많고 더 적은지도 이야기해 보세요.

그네에서: 그네처럼 앞뒤로 흔들리는 것을 밀어 주는 시간은 아이와 함께 세기 좋은 순간이에요. 한 번 밀 때마다 “1, 2, 3, 4, 5” 하고 세어 보세요. 아이가 5까지 세기를 배우기 시작하면, 5부터 거꾸로 세어 보는 것도 좋아요. 가끔은 0에서 시작하거나 0에서 끝나게 해 보세요.

공원에서 원, 곡선, 직선, 삼각형, 직사각형 같은 모양도 찾아보세요. 어떤 것이 위에 있고, 아래에 있고, 사이에 있고, 위에 얹혀 있는지도 함께 말해 보세요.

학습 스텝 4: 수학 이야기 - 설명, 비교

숫자 말고도 중요한 수학이 있어요: 사물을 묘사하고 비교하는 것은 아이가 초기 수학을 배우는 데 아주 중요한 부분이에요. 아이들은 물건을 묶어 분류하거나, 물건으로 패턴을 찾는 과정에서 ‘사물의 속성’에 대한 생각을 사용해요. 이런 능력은 나중에 읽기를 배울 때도 도움이 돼요.

가리키고, 묘사하고, 비교해요: 어디에 있든, 눈에 들어오는 것을 가리키고 묘사하는 습관을 들여 보세요. 그리고 다른 것들과 비교해 보면서, 묘사가 더 의미 있게 되도록 해 주세요. 두 가지가 어떻게 같은지, 어떻게 다른지 말해 보세요.

언제 시작해도 이르지 않아요: 아이는 아주 어린 시기부터 보고, 듣고, 맛보고, 만지고, 경험하는 모든 것로부터 배워요. 그 경험 위에 수학 대화를 더해 주세요. 아이가 걸음으로 반응을 보이기 전부터도, 아이는 우리의 말을 통해 많은 도움을 받아요. 시간이 지나면 아이는 말과 경험을 연결해서 “알아들었어요!”라는 신호를 보여 주기 시작할 거예요.

자주 접하게 해 주되, 서두르지 마세요: 일찍 접하게 해 주는 것과 ‘가르치는 것’을 헛갈리지 마세요. 아이는 발달 준비가 되었을 때, 경험 속에서 패턴을 스스로 엮어 가요. 예를 들어 5까지 세기를 말로 설명해서 가르칠 수는 없어요. 우리가 할 수 있는 일은 반복해서 세는 모습을 자주 보여 주는 것뿐이에요. 그러다 보면 아이에게 의미가 생겨요. 조금해하지 말고, 빨리 이해하라고 밀지 마세요. 아이는 배울 것이 많고, 스스로 이해하려는 마음도 자연스럽게 생겨요.

찾기 게임: 주변에서 물건을 찾아보는 놀이를 해 보세요. 색, 크기(큰/중간/작은), 무게(무거운/가벼운), 수량, 관계(안에, 위에, 아래에) 같은 개념을 연습할 수 있어요.

한 사람은 “갈색인 것 위에 둥근 것이 하나 있어”라고 말해요. 다른 사람은 그것이 무엇인지 찾아보는 거예요. 찾기 어렵다면 힌트를 더 주세요.



학습 스텝 5: 수학 이야기 - 세기

세기, 숫자, 수량: 초기 수학이라고 하면 대부분 가장 먼저 ‘세기’와 ‘숫자’를 떠올려요. 이해하기도 쉽고, 아이 앞에서 말로 보여 주기도 쉬워요. 다만 아이에게는 동시에 익혀야 할 것이 몇 가지 있어서, 어른이 생각하는 것보다 더 복잡할 수 있어요.

- 앞으로 세기와 거꾸로 세기(가끔 0도 포함하기)
- 숫자 이름 익히기
- 수량 익히기

순서대로 따라 말하기: 처음에는 어른이 세는 모습을 많이 보여 주면, 아이도 숫자를 순서대로 따라 말하기 시작해요. 어떤 숫자를 빼먹거나, 순서를 틀리게 말해도 놀라지 마세요. 그럴 때는 크게 문제 삼지 말고, 어른이 올바르게 다시 말해 주고 넘어가면 돼요. 이 과정이 쌓이면서 아이는 결국 올바른 순서를 익혀요.

가끔 거꾸로도 세어 봐요: 거꾸로 세기는 ‘순서’를 더 잘 이해하게 해 줘요. 단순히 “어른이 좋아하는 소리”로 끝나지 않게 도와줘요. 사실 앞으로 셀 수 있는 상황이면 거의 언제든지 거꾸로도 할 수 있어요. 예를 들어 사과 3개를 치우려면, 하나를 치울 때마다 3부터 내려가며 세어 볼 수 있어요.

가끔 0도 포함해요: 가끔은 0에서 세기를 시작해, 0도 자연스러운 숫자이자 ‘수량’으로 받아들이게 해 주세요. 0까지 거꾸로 세는 것도 좋아요. 0까지 카운트다운은 곧 일어날 일이 있을 때 아주 유용해요. 예를 들어 10초 뒤에 무언가를 할 때 0까지 세고, 마지막에 “출발!” 같은 말을 해도 좋아요.

수량 이해하기: 어른에게는, 예를 들어 조약돌 4개를 “1, 2, 3, 4”라고 세면 마지막 숫자 4가 ‘전체 개수’라는 것이 너무 당연해요. 하지만 아이는 세기와 수량에 대해 여러 가지를 동시에 배우고 있어요. ‘수량’ 자체를 이해하고, 물건 하나에 숫자 하나를 대응시키는 법(1대1 대응)을 배우고, 어떤 순서로 세든 개수는 같다는 것도 배우고, 마지막 숫자가 전체 개수라는 규칙도 배워요. 어른에게는 당연한 일들이지만 아이에게는 큰 배움이에요. 조금해하지 말고, 서두를 필요가 없다는 걸 기억해 주세요.

무엇이든 세어 봐요: 세어 볼 수 있는 것은 정말 많아요. 의자, 짧은 거리를 갈 때의 걸음 수, 음식, 줄에 서 있는 사람, 모여 있는 사람, 방이나 식탁 주변의 가구, 팔과 다리 등 뭐든지요. 내가 속으로 세고 있는 것이 있다면, 아이 앞에서 소리 내어 세어 보세요. 그리고 가끔은 거꾸로도 세고, 0도 포함해 보세요.

학습 스텝 6: 수학 이야기 - 가리키기, 설명하기, 묻기

반응하기: 아이가 우리의 말에 반응할 수 있게 되면, 질문을 시작할 수 있어요. 그동안 해 왔던 “가리키고 설명하기” 수학 대화가 이제 “가리키고, 설명하고, 질문하기”로 확장돼요. 아이가 아직 말을 못하더라도, 말이 의미를 갖기 시작하면 몸짓으로도 반응을 보여 주기 시작해요.

질문해 보세요: 이 새로운 소통 수준을 활용하면, 아이가 어떤 개념을 이해하고 있는지 더 분명하게 알 수 있어요. “새는 어디 있어?” “공은 어디 있어?” 같은 질문은 아이가 ‘새’나 ‘공’을 알고 있는지 확인해 줘요. “나무를 가리켜 볼래?” “자동차를 가리켜 볼래?” 같은 말도 같은 방식으로 사용할 수 있어요.

실수 다루기: 여러 가지 질문을 해 보세요. 두 개 중에 무엇이 더 큰지, 더 작은지 묻고, 어디로 걸어가는지 묻고, 물건이 어디에 있어야 하는지 물어보세요. 이런 질문은 아이가 이해를 표현할 기회가 되고, 우리가 오해를 바로잡을 기회가 돼요. 아이가 엉뚱한 것을 가리키거나 잘못 집으면, 그냥 올바른 것을 가리켜 주면 돼요. 아이의 실수를 길게 설명하려고 하지 않아도 괜찮아요.

책을 읽을 때도 해요: 이제 책을 읽을 때도, 가리키고 묘사하는 것에 질문을 더할 수 있어요. 이야기 속 그림을 가리키며, 주변 사물에 하던 질문을 똑같이 해 보세요.

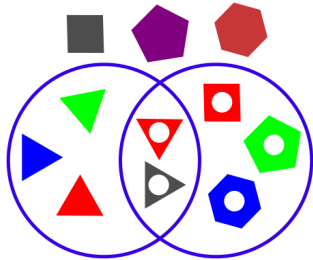
간단한 수수께끼: 아이가 새로 익힌 능력으로 놀이를 해 보세요. 예를 들어 “파란 것 아래에 빨간 것이 하나 있어. 어디 있을까?” 같은 퍼즐을 함께 풀며 즐길 수 있어요.

학습 스텝 7: 사물의 속성

아이가 이렇게 반응해요: 지금까지 아이와 함께 가리키고, 묘사하고, 질문해 온 과정 덕분에 “물건에는 이야기하고 생각해 볼 수 있는 특징이 있다”는 것을 아이가 조금씩 배워 왔어요. 우리는 물건을 설명하는 단어와 개념의 어휘를 차근차근 쌓아 왔고요. 이제는 그 단어들을 더 적극적으로 써 볼 때예요.

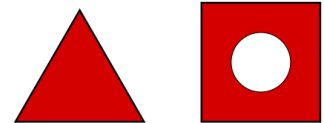
특정한 특징이 있는 물건을 부탁해 보세요: “특징”을 실제로 써 보는 연습을 해 보세요. 아이에게 그 특징을 가진 물건을 가져오라고 부탁하는 거예요. 예를 들어 “빨간색인 것 하나 가져와 줄래?”라고 말할 수 있어요. 아이가 익숙해지면, 특징을 두 가지 이상 묶어서 더 어렵게 해 보세요. 예를 들면 “동그랗고 나무로 된 것 찾아줘.”처럼요.

같은 특징끼리 모아 보기: 같은 특징을 가진 물건들을 모아 보는 연습도 해 보세요. 아이에게 물건 모음이 있다면, “동그란 것들만 이쪽에 모아 볼까?”처럼 같은 특징끼리 한쪽으로 모아 달라고 해 보세요.



특징마다 원을 하나씩: 큰 원을 하나 그려 놓고, 특정한 특징이 있는 물건들을 그 원 안에 넣어 보게 하면 더 눈에 잘 보여요. 예를 들어, “구멍이 있는 것”을 모두 원 안에 넣어 볼 수 있어요. 이게 쉬워지면, 두 개의 원을 겹치게 그려 보세요. 한 원은 “삼각형”, 다른 원은 “구멍이 있는 것”으로 하고, 두 원이 겹치는 부분에는 “구멍이 있는 삼각형”을 넣는 식이에요.

이들 중 하나는 다른 것들과 같지 않아요: 특징을 연습하기 좋은 재미 있는 활동은, 물건 몇 개를 보여 주고 그중 “어떤 것이 다른지”를 묻는 거예요. 다른 것들과 닮지 않은 물건을 찾아 보게 하고, 왜 그렇게 생각했는지도 설명하게 해 보세요. 말이 되는 이유라면 무엇이든 받아 주세요. 아이가 예상치 못한 이유를 댈 수도 있어요.



예를 들어 동물 그림 몇 장을 준비해 보세요. 그중 하나만 날 수 있을 수도 있고, 하나만 다리가 두 개일 수도 있죠. 이런 활동은 아이가 새로운 개념을 가지고 창의적으로 생각해 볼 수 있게 해 주는 재미있는 도전이 될 수 있어요.

학습 스텝 8: 같은 점과 다른 점

비교하기: 비교하고 대비해 보면서, 아이가 “특징”을 더 잘 이해하도록 도와주세요.

예시: 예를 들어 아이와 어른을 놓고 크기나 나이를 이야기해 볼 수 있어요. 한쪽은 더 어리고 다른 쪽은 더 나이가 많고, 한쪽은 더 작고 다른 쪽은 더 크죠. 또는 새와 강아지를 비교해 볼 수도 있어요. 한쪽은 날 수 있고 깃털이 있으며, 다른 쪽은 털이 있고 날 수 없죠.

같은 점과 다른 점: 두 물건을 보여 주고 “어떤 점이 같고, 어떤 점이 다른지”를 묻는 놀이로 만들어 보세요. 놀라운 아이디어가 나올 수도 있으니 준비해 두고, 진지한 답변뿐 아니라 엉뚱한 제안도 함께 받아 주세요.

예를 더 들어 볼까요: 아이에게 숟가락과 포크를 쥐여 주면, 아이는 여러 가지를 말할 수 있어요. 둘 다 먹을 때 쓰니까 같다고 할 수도 있고, 둘 다 손에 쥐고 쓰며 크기가 비슷하거나 같은 재질로 만들어졌다고 말할 수도 있어요. 다른 점으로는, 하나는 매끈하고 둥근 편인데 다른 하나는 끝이 뾰족하다는 점을 말할 수 있겠죠.

학습 스텝 9: 패턴

패턴은 어디에나 있어요! 패턴을 알아보고, 설명하고, 만들어 보는 것은 수학 놀이의 중심이에요.



다음 특징들을 각각 따로 쓰거나 섞어서 패턴을 만들 수 있어요.

- 움직임 패턴: 걷기, 점프하기, 손 흔들기, 고개 끄덕이기
- 소리 패턴: 박수 치기, 무릎 치기, 혀 차기, 발 구르기
- 크기(강약) 패턴: 작게, 보통, 크게
- 시각 패턴: 색, 모양, 크기

패턴 찾아보기: 어디에 있는 반복되는 패턴을 찾아보는 도전을 서로 해 보세요. 바닥이나 벽, 천장의 타일 무늬가 반복될 수도 있고, 건물의 벽돌 쌓기가 흥미로운 패턴이 될 수도 있어요. 밭이나 화단에 식물이 일정한 규칙으로 심어져 있을 수도 있고, 파인애플이나 솔방울 표면에는 소용돌이 패턴이 보이기도 해요. 반복되는 소리를 내는 무언가가 있을 수도 있고요.

게임: 패턴 따라 하기: 두 사람 이상이 서로의 패턴을 따라 하고 이어 가는 놀이를 할 수 있어요. 가장 단순한 방법은, 한 사람이 소리와 움직임으로 패턴을 만들면 나머지가 그대로 따라 하는 거예요.

조금 더 어렵게 하려면, 패턴이 한 바퀴 돌 때마다 처음 만든 사람이 맨 끝에 하나를 더 붙이게 해 보세요. 또는 각 사람이 자기 차례에 온 패턴을 따라 한 뒤, 마지막에 하나를 더 붙이게 해도 좋아요.

비밀 인사나 두드리기: 패턴을 ‘어디에 들어갈 수 있는 약속’으로 정해도 좋아요. 예를 들어 방에 들어갈 때 정해진 주먹 인사 순서가 있을 수도 있고, 두드리기와 발 구르기를 섞어서 일정한 소리 패턴을 만들 수도 있어요.

그림 순서 퍼즐: 조금 큰 아이들은 모양 패턴을 그려서 퍼즐을 만들 수 있어요. 한 사람이 패턴을 정한 뒤, 반복되는 순서 중간중간을 비워 두고 다른 사람이 빈칸을 채우게 해 보세요.

학습 스텝 10: 기본 모양 I

도형의 세계: 아이의 ‘속성’ 이해가 자라면, 할 수 있는 일이 훨씬 많아져요. 예를 들어 기하 도형을 이해하고, 도형에 대해 이야기할 수 있게 돼요!

변 세기: 삼각형, 정사각형, 직사각형, 육각형, 팔각형을 구별하려면 ‘변’이라는 개념이 필요하고, 변의 수를 셀 수 있어야 해요. 아이의 수량 감각이 자라면서 이런 세기가 가능해져요. 또한 아이가 도형을 자동으로 알아보기 시작하면, 3, 4, 6, 8 같은 수량 이해도 더 깊어져요.

기본 도형: 지금은 기본 도형부터 시작해, 자신감과 익숙함을 쌓아 주세요. 아이가 좋아한다면 별처럼 다른 도형을 섞어도 괜찮아요.

평면 도형 단어 예시는 아래와 같아요.

- 원
- 삼각형
- 직사각형(종이처럼 생긴 모양)
- 정사각형(네 변의 길이가 같은 직사각형)
- 육각형(변 6개)
- 팔각형(변 8개, 정지 표지판)

입체 도형 단어 예시는 아래와 같아요.

- 공(구)
- 원기둥(둥근 통)
- 상자(정육면체)

직접 만지며 해요: 아이가 이런 도형을 가진 물건을 가지고 놀 때, 도형 이름을 써서 설명해 주세요. 서로 어떻게 맞물리는지, 위에 어떻게 쌓이는지 직접 보게 해 주세요. 밖에서 도형을 발견할 때도 “이건 어떤 도형일까?” 하며 함께 찾아보세요.

2단계: 5까지 셀 수 있어요!

아이는 5까지 세는 것을 익혔고, 그 숫자들을 수량으로 이해하기 시작했어요. 또한 사물에는 여러 속성이 있고, 그 속성을 기준으로 비교하고 대조할 수 있다는 것도 알기 시작해요.

이 단계에서는 10까지 세기를 익히고, 작은 수의 덧셈과 뺄셈을 배우기 시작해요. 또한 작은 수량의 크기를 훨씬 더 잘 가능하게 돼요.

- [학습 스텝 11: 0과 1부터 차례대로 세기](#)
수량을 이해하는 기초가 되고, 덧셈과 뺄셈의 바탕이 돼요.
- [학습 스텝 12: 1과 0까지 거꾸로 세기](#)
숫자 순서에 대한 이해를 더 단단히 해 주고, 뺄셈에도 도움이 돼요.
- [학습 스텝 13: 작은 수량 비교하기](#)
물건의 수량을 직접 다루며 ‘어느 쪽이 더 많은지/적은지’를 이해해요.
- [학습 스텝 14: 이어 세기](#)
수량 이해에 도움이 되고, 세는 시간을 줄여 주며, 덧셈의 중요한 기초가 돼요.
- [학습 스텝 15: 기본 도형 II](#)
조금 더 다양한 기하 개념을 써서 도형을 다루요.
- [학습 스텝 16: 하나 더하기와 하나 빼기](#)
다음 수와 이전 수를 익히는 것은 덧셈·뺄셈으로 가는 첫걸음이에요.
- [학습 스텝 17: 손가락으로 5까지 더하고 빼기](#)
5까지의 작은 합은 한 손으로 효과적으로 다룰 수 있어요.
- [학습 스텝 18: 손가락으로 10까지 더하고 빼기](#)
아이의 손가락은 10까지 덧셈과 뺄셈을 익히는 데 효과적인 도구예요.
- [학습 스텝 19: 2씩 건너뛰어 세기 I](#)
물건을 빠르고 재미있게 세는 방법이에요.
- [학습 스텝 20: 묶음 세기](#)
물건 묶음을 여러 가지 방식으로 세어 보는 방법을 탐색해요.

학습 스텝 11: 0과 1부터 차례대로 세기

무엇이든 세어 보세요: 아이는 이미 5까지 셀 수 있어요. 이제 그 세기를 더 단단히 하고, 더 큰 수로도 확장하도록 도와주는 단계예요. 아이 앞에서 자주 세어 보이고, 아이가 원할 때는 함께 세어 주세요. 세기는 수량을 이해하는 바탕이고, 덧셈과 뺄셈의 기초가 돼요.

세어 볼 수 있는 것은 정말 많아요. 의자, 짧은 거리를 갈 때의 계단 수, 음식, 줄에 서 있는 사람, 모여 있는 사람, 방이나 식탁 주변의 가구, 팔과 다리 등 뭐든지요. 내가 속으로 세고 있는 것이 있다면, 아이와 함께 소리 내어 세어 보세요. 그리고 가끔은 0을 시작점으로 포함해 보세요.

수량 이해하기: 어른에게는, 예를 들어 조약돌 4개를 “1, 2, 3, 4”라고 세면 마지막 숫자 4가 ‘전체 개수’라는 것이 너무 당연해요. 하지만 아이는 이 과정에서 여러 가지를 함께 배우고 있어요. 수량을 이해하고, 물건 하나에 숫자 하나를 대응시키는 법(1대1 대응)을 배우고, 어떤 순서로 세든 개수는 같다는 것도 배우고, 마지막 숫자가 전체 개수라는 규칙도 배워요. 어른에게는 당연한 일들이지만 아이에게는 큰 배움이에요. 조금해하지 말고, 서두를 필요가 없다는 걸 기억해 주세요.

실수: 아이는 세는 동안 여러 가지 실수를 할 수 있어요. 숫자를 건너뛰거나, 몇몇 숫자를 빼먹기도 하고, 물건과 숫자를 1대1로 대응시키는 과정에서 헛갈릴 수도 있어요. 이런 것들은 시간이 지나며 자연스럽게 정리돼요. 지금은 아이가 실수하더라도, 너가 물건을 올바르게 세어 보인 뒤 다른 활동으로 넘어가면 충분해요.

숫자를 제대로 익히기: 아이가 무슨 말인지도 모른 채 1부터 10까지 숫자를 따라 말하게 하는 데만 너무 서두르지 마세요. 시간을 두고, 각 숫자가 가리키는 수량과 연결되도록 계속 도와주세요.

숫자 읽기: 숫자(기호)를 읽는 것은 언제든지 소개할 수 있어요. 다만 ‘읽기’가 ‘세기’를 가로막게 하지는 마세요. 보통 숫자 기호를 읽는 법을 익히는 데는, 숫자를 말하고 수량 감각을 갖추는 것보다 시간이 더 걸려요.

학습 스텝 12: 1과 0까지 거꾸로 세기

순서 이해를 단단히 해 줘요: 거꾸로 세기는 숫자 순서를 이해하는 데 생각보다 큰 도움이 돼요. 1부터 10까지는 셀 수 있어도, 10부터 1까지 거꾸로 세는 것을 처음에는 어려워하는 아이가 많아요. 반대 방향으로 세면 숫자의 순서를 새롭게 생각하게 되거든요. 이 효과는 아이가 100까지 세기 시작하고, 십 단위가 바뀌는 구간(예: 69에서 70)을 고민하게 될 때 특히 더 커져요.

뺄셈에도 도움이 돼요: 거꾸로 세기는 뺄셈을 배우는 데도 아주 유용해요. 거꾸로 셀 수 있는 아이는 1 빼기, 2 빼기를 금방 익히게 돼요. 그리고 거꾸로 세기가 자동으로 익숙해지면, 예를 들어 9에서 3을 뺄 때 ‘세 번 내려가기’를 하는 데 집중할 수 있어요.

자연스러운 상황에서 써 보세요: 거꾸로 세기가 자연스러운 순간이 정말 많아요. 타이머가 10초 남았을 때 함께 10부터 내려가며 세어 볼 수 있고, “세 번만 더 할 수 있어”라고 말한 뒤 3부터 1까지 함께 세어 볼 수도 있어요.

0도 함께 세어 보세요: 거꾸로 셀 때 0을 포함하는 것은 자연스럽고, 또 좋은 습관이에요. 남은 시간을 세면 0이 되었을 때 “0초 남음”이 되죠. 음식 조각을 몇 개 더 먹을 수 있는지 세면 0이 되었을 때 “남은 게 없음”이 돼요. 0을 ‘정상적인 수량’으로 자연스럽게 다루도록 도와주는 것이 좋아요.

학습 스텝 13: 작은 수량 비교하기

시간이 필요해요: 초기 수학 개념과 기술은 무엇이든 익히는 데 시간이 많이 걸려요. 수량을 비교하고 ‘크기감’을 만드는 것도 마찬가지예요. 아이가 수량을 직접 만지고 느끼고 경험하면서, “어느 쪽이 더 많은지/적은지”를 체감할 수 있는 경험을 아주 많이 만들어 주세요.

나란히 놓아 보세요: 두 수량을 비교하는 간단한 방법 중 하나는, 두 묶음을 나란히 놓고 1대1로 대응시켜 보는 거예요. 예를 들어 카드 게임에서 누가 이겼는지 보고 싶다면, 두 사람이 가진 카드를 한 줄씩 놓고 어느 쪽 줄이 더 남는지 보면 돼요.

자주 생기는 오해: 아이가 “짧은 막대기 두 개 = 긴 막대기 한 개”라고 생각할 수도 있다는 점을 알고 있어 주세요. 아이 입장에서는 충분히 그럴 수 있지만, 어른이 의도한 비교와는 다를 때가 많아요.

선택하게 해 보세요: 아이가 정말 좋아하는 같은 물건으로 두 묶음을 만들어 놓고, 둘 중 하나를 고르게 해 보세요. 아이가 더 큰 묶음을 골랐다면 “이쪽이 더 많네”라고 말해 주며 선택을 확인해 주세요.

게임: 간단한 카드 게임을 시작할 수도 있어요. 예를 들어 ‘전쟁’ 같은 게임에서, 카드에 있는 점 개수를 비교해 보게 할 수 있어요. 또 ‘내가 생각하는 숫자’ 같은 게임도 좋아요. 숫자 카드들을 줄처럼 늘어놓고, 그중 한 장 아래에 무언가를 숨겨 놓는 방식으로 할 수 있어요.

숫자선: 숫자선은 “왼쪽은 더 작고, 오른쪽은 더 크다”를 눈으로 보여 주는 훌륭한 도구예요. 어릴 때부터 접하게 해 주는 것은 좋지만, 숫자 기호 자체도 추상적이고 ‘한 줄로 배열되어 있다’는 것도 추상적이어서, 아이가 숫자선 그림의 의미를 이해하기까지는 시간이 걸릴 수 있어요.

학습 스텝 14: 이어 세기

생각보다 강력해요: ‘이어 세기’는 단순하지만 생각보다 도움이 큰 방법이에요. 아이가 물건 묶음을 하나의 수량으로 보기 시작하면, 너가 먼저 아이 앞에서 이어 세기를 해 보이며 자연스럽게 익히게 해 주세요.

예시: 예를 들어 아이에게 카드 한 줄은 3장, 다른 줄은 4장이 있다고 해 볼게요. 아이는 카드 전체를 “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7”로 하나씩 세어 7장임을 알 수 있어요. 하지만 아이가 첫 줄이 3장임을 알아보면, 그 3장은 다시 세지 않아도 돼요. 첫 줄의 3장을 가리키며 3에서 시작한 다음, 두 번째 줄을 “4, 5, 6, 7”로 세면 돼요. 이렇게 3에서 시작해 이어서 세는 것이 ‘이어 세기’예요.

수량 이해의 신호예요: 이어 세기를 할 수 있으면 시간과 노력을 줄일 수 있어요. 동시에 아이가 물건들을 하나하나가 아니라 ‘묶음 전체’를 수량으로 보고 다룰 수 있게 됐다는 신호이기도 해요. 이것은 큰 개념적 도약이고, 앞으로의 덧셈·뺄셈·곱셈·나눗셈 모두에 큰 도움이 돼요.

덧셈과의 연결: 초기 덧셈은 세기와 아주 강하게 연결돼요. 예를 들어 점 3개 카드와 점 4개 카드를 더하라고 하면, 아이는 1부터 7까지 세어 답을 찾으려 해요. 하지만 3이나 4에서 시작해서 다른 수만큼 이어서 세는 것이 더 빠르고 더 강력한 방법이에요. 앞으로 나오는 스텝에서 손가락을 활용한 방법도 보게 될 거예요.

학습 스텝 15: 기본 도형 II

더 깊게 탐색하기: 조금씩 아이의 도형 이해, 세기, 묘사 능력이 자라면서 더 자세하고 한 단계 더 나아가 도형 개념도 다를 수 있어요. 아이가 직접 만지고 움직이는 경험을 많이 만들어 주세요. 조각을 맞추고, 위에 쌓고, 안에 넣어 보고, 주변 물건들이 어떤 모양으로 이루어져 있는지 관찰해 보게 하세요. 그런 경험을 할 때마다 도형 이름을 붙이고 함께 이야기하며, 질문도 많이 해 주세요.

도형 단어: 처음에는 외워야 할 단어가 많아 보일 수 있어요. 하지만 이런 단어들을 일상에서 자주 접하게 해 주면, 아이는 천천히라도 분명하게 익혀 가요.

평면 도형 단어 예시는 아래와 같아요.

- 평행선(철길처럼 같은 방향으로 나란히 가면서 만나지 않는 두 직선)
- 직각(종이 모서리에서 볼 수 있는 각)
- 원
- 삼각형
- 직사각형(종이처럼 생긴 모양, 네 모서리가 모두 직각)
- 정사각형(네 변 길이가 같은 직사각형)
- 평행사변형(마주 보는 변이 서로 평행)
- 마름모(네 변 길이가 모두 같음)
- 사다리꼴(한 쌍의 변만 평행)
- 오각형(변 5개)
- 육각형(변 6개)
- 팔각형(변 8개, 정지 표지판 모양)

입체 도형 단어 예시는 아래와 같아요.

- 구(공)
- 원기둥(둥근 통)
- 상자(정육면체)
- 각뿔(바닥이 삼각형이나 정사각형인 모양)

대칭: 많은 도형은 한쪽을 ‘비춰’ 보면 반대쪽과 같은 모양이 나와요. 이런 것을 거울 대칭이라고 해요. 사람 몸의 바깥 윤곽도 거울 대칭을 볼 수 있어요.

타일 무늬: 아이와 함께 타일 무늬를 찾아보세요. 많은 건물의 바닥, 벽, 천장에는 반복되는 무늬가 있어요. 벽돌벽도 벽돌 배열 때문에 흥미로운 패턴이 생기곤 하죠. 이런 패턴에는 거울 대칭이 들어 있는 경우가 많아요.

학습 스텝 16: 하나 더하기와 하나 빼기

겉보기보다 중요해요: 이 개념들은 사소하고 거의 당연한 단계처럼 느껴질 수 있어요. 하지만 ‘하나 더’와 ‘하나 덜’은 덧셈과 뺄셈으로 나아가는 이른 시기의 중요한 발판이에요.

앞으로 세기와 거꾸로 세기: ‘하나 더/하나 덜’은 앞으로 셀 때의 ‘다음 수’, 거꾸로 셀 때의 ‘이전 수’와 아주 밀접하게 연결돼요. 양쪽 방향으로 세는 연습을 꾸준히 하면, 아이가 다음 수와 이전 수를 더 쉽게 떠올리게 돼요.

1 더하기와 1 빼기: 일상 대화 속에서 이렇게 물어볼 수 있어요. “지금 조약돌이 몇 개야? 여기 1개를 더하면 몇 개가 될까? 1개를 빼서 하나 덜 되면 몇 개가 될까?” 이런 질문은 자연스럽게 쉬워서, 아이는 덧셈·뺄셈을 한다고 느끼지 않아도 충분히 이야기할 수 있어요.

예를 들어 너에게 어떤 것이 3개 있고 아이에게는 4개가 있다면, 여러 가지로 이야기할 수 있어요. “내가 하나 더 가지면 우리 개수가 같아질까?” “아이 것이 하나 덜이면 같아질까?” 처럼요. 숫자가 3과 5라면, ‘하나 더’를 두 번 하는 이야기로 확장할 수도 있고, 한쪽은 하나 더, 다른 쪽은 하나 덜로 맞춰 보는 이야기도 할 수 있어요.

1에서 2로 확장하기: 아이가 준비가 되면 ‘두 개 더/두 개 덜’로 확장해 보세요. 서두를 필요는 없으니, 먼저 ‘하나 더/하나 덜’을 충분히 이해하도록 해 주세요.

게임: 이 간단한 연산 개념을 활용해 덧셈과 뺄셈이 들어간 게임을 할 수 있어요. 예를 들어, 시작 숫자를 정해 두고 번갈아 1 또는 2를 빼서 0을 만드는 사람이 이기는 ‘0 만들기 게임’이 있어요. 그 밖에도 ‘내 집에서 나가’나 ‘1이나 2 안에 있다’ 같은 게임이 있어요.

학습 스텝 17: 손가락으로 5까지 더하고 빼기

세어서 더하기: 아이는 오래전부터 ‘세기’로 덧셈을 해 왔어요. 예를 들어 2개와 3개를 더하라고 하면, 다섯 개를 전부 세는 방식이었죠. 아이가 ‘이어 세기’를 익히기 시작하면, 예를 들어 3에서 시작해 나머지 2개만 이어서 세는 방식으로 일부 세기가 대체돼요. 이런 세기 경험은 ‘하나 더’, ‘둘 더’ 개념을 시각적으로 익히고 단단히 만드는 데도 도움이 되어서, 1 더하기와 2 더하기가 훨씬 쉬워져요.

손가락 사용하기: 이 시기의 아이들은 덧셈을 할 때 직접 만질 수 있는 도구가 있으면 큰 도움을 받아요. 숫자를 ‘수량’으로 이해하는 데도 도움이 되죠. 늘 가지고 다니는 가장 좋은 도구가 바로 손가락이에요. 예를 들어 2 더하기 3을 할 때, 한 손에는 2개 손가락을 펴고 다른 손에는 3개 손가락을 펴서 두 손을 함께 볼 수 있어요. 또는 한 손에서 2개를 먼저 펴고, 같은 손에서 3개를 더 펴서 ‘총 5개’를 확인할 수도 있어요.

가끔 0도 더해요: 가끔은 0 더하기도 섞어 보세요. 쉽기도 하고, 개념적으로도 중요해요.

5까지 빼기: 뺄셈을 연습하는 아이디어도 덧셈과 비슷해요. 예를 들어 5에서 3을 빼려면, 아이가 손가락 5개를 펴고 그중 3개를 내리게 해 보세요. ‘하나 덜’, ‘둘 덜’에 익숙하다면 1 빼기와 2 빼기는 아주 쉬워질 거예요.

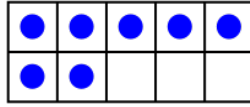
가끔 0과 ‘전부’를 빼요: 0을 빼는 질문도 섞어 보세요. 그리고 ‘전부를 빼는’ 질문도 섞어 보세요. 예를 들어 음식 조각 3개가 있는데 전부 먹었다면, 남은 것은 몇 개일까요?

외우게 돼요: 여러 덧셈·뺄셈 문제가 일상에서 계속 나오면, 아이는 점점 익숙해지고 결국은 자연스럽게 외우게 돼요. 이런 사실을 ‘자동으로’ 떠올릴 수 있으면 좋지만, 서두를 필요는 없어요.

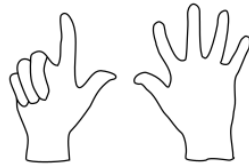
다른 연산 사실도 함께: 이 시기에는 합이 5 이하인 덧셈만 접하는 것은 아니고, 그렇다고 문제가 되지 않아요. 예를 들어 아이는 10까지의 수에 1이나 2를 더하는 것은 이미 많이 익혔을 가능성이 커요. 또한 $3 + 3$, $4 + 4$ 처럼 ‘같은 수 더하기’도 시작했을 수 있어요.

학습 스텝 18: 손가락으로 10까지 더하고 빼기

손가락과 수량: 아이의 손가락을 활용하면 10까지의 덧셈과 뺄셈을 효과적으로 연습할 수 있어요. 그리고 덧셈·뺄셈을 ‘수량’ 관점에서 이해하는 데 도움이 되어 자신감도 커져요. 이 스텝의 목표는 가장 큰 수가 10 이하인 덧셈·뺄셈을 손가락으로 간단하게 해 보는 거예요.



10칸 틀: 10칸 틀은 빈 칸 2×5 격자예요. 보통 위 줄을 먼저 채우고, 왼쪽에서 오른쪽으로 채워요. 10까지의 수량에 익숙해지는 데 도움이 되고, 10을 만드는 숫자 쌍도 쉽게 볼 수 있어요. 채워진 칸과 비어 있는 칸을 합치면 항상 10이 되거든요.



순간 보여 주기: 부분적으로 채운 10칸 틀이나 두 손의 손가락 모양을 잠깐 보여 준 뒤, 아이가 개수를 빠르게 알아맞히게 하는 놀이는 재미있어요. 손가락을 5개 이상 쓸 때는, 그중 5개는 한 손에 모아 펴서 두 손 모양이 10칸 틀처럼 보이게 해 보세요. 이 활동은 두 손의 수량을 더 쉽고 빠르게 활용해 덧셈·뺄셈을 하는 기초도 만들어 줘요.

손가락으로 10까지 더하기: 두 수가 모두 5 이하라면, 두 손에 해당하는 수만큼 손가락을 펴고 전부 세어도 돼요. 또는 한쪽 수만큼 먼저 펴고, 다른 수만큼 이어서 더 펴며 세어도 돼요. 다 끝났을 때 펴진 손가락의 총개수가 합이에요.

손가락으로 10까지 빼기: 10 이하의 수에서 빼는 뺄셈은, 먼저 ‘시작하는 수’만큼 손가락을 펴고 시작해 보세요. 그다음 빼야 하는 수만큼 하나씩 손가락을 내리면서 세면 돼요. 마지막에 남아 있는 손가락 수가 답이에요.

학습 스텝 19: 2씩 건너뛰어 세기 I

빠르고 재미있어요: 2씩 건너뛰어 세기는 1씩 세는 것보다 훨씬 빠르게 셀 수 있는 재미있는 방법이에요. 물건을 둘씩 짝지은 다음 2씩 세어 보면, ‘짝을 이루는 것’이 2개씩 묶인다는 감각도 더 단단해져요.

건너뛰어 세기 시작하기: 두 가지 방식으로 시작해 볼 수 있어요. 첫 번째는 아이와 번갈아 숫자를 말하며 어떤 수까지 세는 거예요. 예를 들어 한 사람은 0에서 시작해 0, 2, 4, 6...을 말하고, 다른 사람은 1에서 시작해 1, 3, 5, 7...을 말하는 식이죠. 어느 정도 익숙해지면, 한 사람은 입을 다물고 다른 사람이 이전과 같은 방식으로 ‘하나 건너 하나’만 말하게 해 보세요.

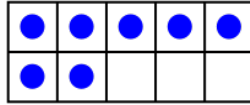
두 번째는 처음에는 평소처럼 1씩 세고, 그다음 같은 범위를 다시 세되 ‘하나 건너 하나’를 아주 작게 말해 보는 거예요. 이 연습을 반복하다 보면, 작게 말하던 숫자들은 결국 말하지 않게 되고, 2씩 건너뛰어 세기만 남게 돼요.

0 말고 다른 수에서도 시작해요: 항상 0에서 시작하고 싶어지지만, 1 같은 다른 수에서 시작하면 덧셈 감각에도 도움이 되고, 앞으로의 곱셈·나눗셈 감각에도 도움이 돼요.

가끔 아래로도 해요: 2씩 건너뛰어 아래로 세는 연습은 뺄셈 감각과 나눗셈 감각에도 도움이 돼요.

학습 스텝 20: 묶음 세기

다양한 방법: 2씩 건너뛰어 세기는 물건 묶음을 세는 방법에 재미를 더해 주는 한 가지 방식이에요. 하지만 다른 방식도 정말 많아요. 물건 그림 하나를 두고도 얼마나 다양한 방식으로 셀 수 있는지, 아이가 상상력을 써서 탐색해 보도록 도와주세요.



10칸 틀: 10칸 틀은 “같은 수량을 여러 방식으로 셀 수 있다”는 것을 보여 주는 아주 쉬운 예예요. 예를 들어 10칸 틀에 점 7개가 일반적인 방식으로 놓여 있다고 해 볼게요. 이것을 $5 + 2$ 로 셀 수도 있어요. 또는 왼쪽에서 오른쪽으로 2씩 세어 4까지 간 다음, 남은 점 3개를 1씩 더해 셀 수도 있어요. 반대로 비어 있는 칸 3개를 보고 “10에서 3이 모자라네”라고 생각해 $10 - 3$ 으로 셀 수도 있어요.

재미있게 해 보세요: 너와 아이가 세는 방법을 여러 가지로 바꿔 보며 놀이처럼 해 보세요. 같은 답을 얻는 다양한 길을 보면, 아이는 수학이 ‘정해진 한 가지 방식으로 답을 맞히는 일’이 아니라 ‘탐색하고 놀아 보는 일’이라는 점을 깨닫게 돼요. 그리고 이런 다양한 세기 방식은 아이의 수량 이해를 더 깊게 만들어 줘요.

더해서 세기: 묶음을 세는 한 가지 방법은, 묶음을 여러 부분으로 나누어 각 부분을 더해서 세는 거예요. 위의 10칸 틀 예시에서 윗줄의 5와 아랫줄의 2를 더해 7을 만든 것이 바로 그 방식이에요.

건너뛰어 세기: 묶음의 부분을 더하다 보면 반복되는 패턴이 보이기도 해요. 위 예시에서 왼쪽의 2와 2를 먼저 2씩 건너뛰어 세어 본 것이 그런 경우예요.

빼서 세기: 또 다른 흔한 방법은 ‘완전체에서 부족한 만큼을 빼서’ 세는 거예요. 위 예시에서 10에서 3을 빼서 7을 만든 것이 그런 방식이에요.

3단계: 10까지 셀 수 있어요!

아이는 10까지 세는 것이 익숙해졌고, 숫자가 단순한 말이 아니라 ‘수량’으로 느껴지기 시작했어요. 작은 수의 덧셈과 뺄셈도 이전보다 훨씬 능숙해졌을 거예요.

이 단계에서는 세기를 20까지로 넓히고, 덧셈과 뺄셈이 다루는 수의 범위도 함께 확장해요. 숫자 결합, 자릿값, 연산 묶음 같은 개념을 접하고, 2로 곱하기와 2로 나누기(두 배/반) 같은 개념도 시작해요. 또, 전략 게임을 시작하기 위한 초기 아이디어도 함께 다루어요.

- [학습 스텝 21: 이어 세기로 암산 덧셈](#)
한 수에서 이어 세기로 더하는 것은 덧셈을 배우는 중요한 단계예요.
- [학습 스텝 22: 암산 뺄셈 - 덜어 내기](#)
덜어 내며 거꾸로 세는 방법은 뺄셈을 배우는 중요한 단계예요.
- [학습 스텝 23: 암산 뺄셈 - 차이 구하기](#)
이어 세기로 두 수의 ‘차이’를 구하는 방법도 뺄셈의 중요한 방식이에요.
- [학습 스텝 24: 숫자 결합](#)
숫자 결합은 ‘부분-전체’ 개념을 단단히 하고, 덧셈·뺄셈의 연산 묶음과도 연결돼요.
- [학습 스텝 25: 자릿값](#)
10 20에서 ‘10이 어떤 역할을 하는지’를 소개해요
- [학습 스텝 26: 연산 묶음 I](#)
예: $2 + 3 = 5$, $3 + 2 = 5$, $5 - 2 = 3$, $5 - 3 = 2$ 는 서로 연결돼 있어요. 이런 연결을 알면 각각의 연산을 더 깊이 이해하게 돼요.
- [학습 스텝 27: 같은 수 더하기와 가까운 수 더하기](#)
같은 수 더하기는 많은 아이들이 비교적 쉽게 익혀요. ‘두 배’ 개념의 기초가 돼요.
- [학습 스텝 28: 2로 곱하기와 2로 나누기](#)
두 배, 2로 곱하기, 반(절반), 2로 나누기, 똑같이 나누기 같은 여러 개념의 출발점이에요.
- [학습 스텝 29: 2씩 건너뛰어 세기 II](#)
어느 수에서든 시작해 위로도 아래로도 2씩 세며 2씩 건너뛰어 세기를 더 발전시켜요.
- [학습 스텝 30: 전략 게임 I](#)
전략 게임은 아이가 자연스럽게 문제 해결을 하도록 동기를 만들어 줘요.

학습 스텝 21: 이어 세기로 암산 덧셈

자연스럽게 옮겨 가요: 아이가 작은 수의 덧셈과 뺄셈에 익숙해지면, 점점 더 많은 계산을 머릿속으로 할 수 있게 돼요. 이 시기에 “빨리 외우게 하자”만 생각해서 덧셈·뺄셈 카드를 갑자기 들이밀면, 아이가 스스로 숫자를 이해해 가는 중요한 기회를 놓치기 쉬워요. 지금은 답만 외우게 하기보다, “어떻게 생각해서 답을 찾는지”를 함께 연습해 주는 게 정말 중요해요.

이어 세기: 예로 $6 + 3$ 을 생각해 볼게요. ‘이어 세기’로 더한다는 것은 6에서 시작해서 3번만큼 앞으로 가는 거예요.

처음에는 아이가 손가락을 쓰고 싶어할 수 있어요. 6을 말하며 주먹을 쥐 다음, “7, 8, 9”라고 말할 때마다 손가락을 하나씩 펴 보세요. 손가락 3개가 펴졌을 때 9에서 멈추면 돼요.

시간이 지나면, 작은 덧셈에서 손가락을 쓰는 경험이 쌓이면서 아이는 “6에서 3만큼 더 가면 9”라는 걸 점점 직관적으로 이해하게 돼요. 결국에는 1이나 2를 더할 때 손가락이 필요 없어지는 것처럼, 3을 더할 때도 손가락이 필요 없어져요.

더 큰 수에서 시작해요: 경험이 쌓이면 아이는 “더 큰 수에서 시작하는 게 더 쉽다”는 걸 깨닫게 돼요. 예를 들어 $3 + 6$ 이라면 3에서 시작하기보다 6에서 시작해 3번 이어 세는 것이 더 간단하죠. 이런 감각은 덧셈에서 중요한 발견이에요. $3 + 6$ 과 $6 + 3$ 이 같다는 걸 자연스럽게 알게 되면, 사실상 덧셈식을 절반만 익혀도 된다는 뜻이기도 해요.

학습 스텝 22: 암산 뺄셈 - 덜어 내기

뺄셈은 두 가지로 생각할 수 있어요: 뺄셈은 크게 두 가지 방식으로 생각할 수 있고, 둘 다 중요해요. 하나는 “덜어 내기(감산)”예요. 예를 들어 $9 - 3$ 이면 9개에서 3개를 덜어 내는 거죠. 다른 하나는 “차이(거리) 구하기”예요. 예를 들어 9와 6이 얼마나 떨어져 있는지, 둘의 차이가 얼마인지 보는 방식이에요.

이 두 가지 관점은 모두 필요하고, 모두 유용해요. 상황에 따라 어떤 문제는 ‘덜어 내기’가 더 자연스럽고, 어떤 문제는 ‘차이’가 더 자연스럽게 느껴져요.

거꾸로 세기: ‘덜어 내기’는 거꾸로 세는 방식이 자연스러워요. 예로 $9 - 3$ 을 생각해 볼게요.

뺄셈에서와 마찬가지로, 처음에는 손가락을 쓰고 싶어할 수 있어요. 9에서 시작해 “8, 7, 6”이라고 말할 때마다 손가락을 하나씩 펴 보세요. 손가락 3개가 펴졌을 때 6에서 멈추면 돼요.

시간이 지나면 작은 뺄셈에서 손가락을 쓰는 경험이 쌓이면서, 아이는 손가락 없이도 “3번 내려가면 된다”는 걸 점점 더 빠르게 처리하게 돼요. 결국에는 1이나 2를 뺄 때 손가락이 필요 없어지는 것처럼, 3이나 4를 뺄 때도 손가락이 필요 없어져요.

14 빼기: 연습이 쌓이면 아이는 이 방식으로 14를 빼는 속도가 점점 빨라져요. 서두를 필요는 없으니, 천천히 해도 괜찮아요. 무엇보다 아이가 즐기면서 가는 것이 중요해요.

학습 스텝 23: 암산 뺄셈 - 차이 구하기

거리(간격) 구하기: 두 수의 “차이”를 구하라고 하면, 그건 두 수 사이의 간격이 얼마나 되는지 묻는 거예요. 다른 말로 하면, 작은 수에 무엇을 더하면 큰 수가 되는지 묻는 것이기도 해요.

이어 세기: 예로 9와 6의 차이를 구해 볼게요. 6에서 시작해 “7, 8, 9”라고 이어 세면 돼요. 아이는 보통 아주 빠르게 이렇게 세고, 간격이 3이라는 것을 알게 돼요.

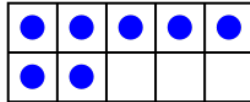
빼기와 더하기는 연결돼요: 이어 세기로 차이를 구하는 방식은 뺄셈과 덧셈이 연결돼 있다는 것을 보여 주는 좋은 방법이에요. 아까는 $9 - 6$ 을 “빼기”로 본 게 아니라, “6에서 9까지 가려면 무엇을 더해야 하지?”라는 질문으로 본 거예요.

차이가 14인 경우: 연습이 쌓이면 아이는 이 방식으로 차이가 14인 경우를 빠르게 처리할 수 있게 돼요. 서두를 필요는 없으니, 천천히 해도 괜찮아요. 무엇보다 아이가 즐기면서 가는 것이 중요해요.

학습 스텝 24: 숫자 결합

부분과 전체: 하나의 ‘전체’를 ‘부분들’로 나누어 보는 것은 수학에서 매우 중요한 생각이에요. 숫자 결합은 바로 이 ‘부분-전체’ 생각을 연습하는 방법이에요. 이 개념은 덧셈과 뺄셈의 연산 묶음(연결된 식 묶음)으로도 자연스럽게 이어져요.

빠진 건 뭐지?: 6을 예로 계속 써 볼게요. 6을 만드는 숫자 결합은 (0과 6), (1과 5), (2와 4), (3과 3) 같은 쌍이에요. 예를 들어 2가 이미 있다면, 6을 만들기 위해 “빠진 부분”은 4예요. $2 + 4$ 가 6이니까요.



10칸 틀: 12 정도까지의 수에 대해 숫자 결합을 빠르게 떠올릴 수 있으면, 덧셈·뺄셈이 훨씬 쉬워져요. 특히 10을 만드는 숫자 결합은 정말 중요해요. 10칸 틀은 이런 것을 눈으로 바로 보이게 해줘요. 예를 들어 점이 7개 채워진 10칸 틀을 보면, 남은 칸이 3개라서 $7 + 3$ 이 10을 만드는 숫자 결합이라는 게 바로 보이죠.

게임과 퍼즐: 숫자 결합이 들어 있는 게임과 퍼즐이 꽤 많아요. 예를 들어 ‘합 만들기’ 퍼즐은 목표 합을 정해 두고 그 합을 만드는 조합을 찾는 방식이라 숫자 결합 연습이 돼요. 또 ‘기억력 도전’이나 ‘낚시하기’ 같은 게임도 목표 합을 정해 두고 하면 숫자 결합을 자연스럽게 연습할 수 있어요.

학습 스텝 25: 자릿값

10 20의 숫자에 의미 붙이기: 처음에는 9보다 큰 숫자들이 그저 “새로운 숫자 이름”처럼 느껴질 수 있어요. 그래서 10 20의 숫자에서 ‘10이 어떤 역할을 하는지’를 아이에게 조금씩 소개해 주는 것이 중요해요.

10 더하기와 10 빼기: 이 소개는 10을 더하고 10을 빼는 연습부터 시작해 볼 수 있어요. 예를 들어 3에 10을 더하면 13이 되고, 13에서 10을 빼면 3이 된다는 것을 반복해서 경험하게 해 주세요.

실물로 연습하기: 조약돌이나 막대기처럼 많이 있는 물건을 찾아 보세요. 10개를 한 묶음으로 만들고, 거기에 3개를 더해 13을 만들어 보는 식으로 해 보세요. 이 과정은 $3 + 10 = 13$ 이라는 것도 보여 주고, 동시에 $13 - 10 = 3$ 이라는 것도 보여 줘요.

숫자(기호)로도 해 보기: 아이가 준비가 되었다면, $13 = 10 + 3$ 같은 식을 써 볼 수 있어요. 그리고 13은 1개의 ‘십’과 3개의 ‘일’로 이루어진다는 것도 같이 연결해 보세요. 예를 들어 20은 2개의 ‘십’과 0개의 ‘일’로 이루어져요.

시간이 걸려요: 수를 ‘십과 일’로 나누어 생각하는 것은(특히 숫자 기호로 할 때) 시간이 걸려요. 아이가 바로 이해하지 못해도 괜찮아요. 여러 경험이 쌓이면 결국은 익숙해지고, 서두를 필요는 없어요.

학습 스텝 26: 연산 묶음 I

연결된 식 묶음: 덧셈과 뺄셈 식은 ‘가족’처럼 묶어 볼 수 있어요. 예를 들어 $2 + 3 = 5$, $3 + 2 = 5$, $5 - 2 = 3$, $5 - 3 = 2$ 는 서로 연결돼 있어요. 아래 그림은 이런 연결을 한눈에 보여 줘요.

이런 그림을 아이와 함께 사용해 보세요. 예를 들어 2의 묶음과 3의 묶음이 합쳐져 5가 된다는 것을 보여 주고, 그중 2의 묶음을 한쪽으로 치우면 남는 것이 3이라는 것도 자연스럽게 보게 해 주세요. 그러면 왜 $5 - 2 = 3$ 인지가 훨씬 명확해져요.



덧셈과 뺄셈은 연결돼요: 연산 묶음과 그 그림은 덧셈과 뺄셈이 서로 연결돼 있다는 것을 아주 분명하게 보여 줘요. 예를 들어 5에서 2를 빼면 3이 되고, 다시 2를 더하면 원래의 5로 돌아오죠.

더하는 순서는 바뀌어도 돼요: 연산 묶음에서 함께 강조해 주면 좋은 또 하나는, 덧셈에서 더하는 순서를 바꿔도 결과가 같다는 점이에요. 예를 들어 아이가 $4 + 8$ 보다 $8 + 4$ 를 더 편하게 느낀다면, 그렇게 해도 돼요.

학습 스텝 27: 같은 수 더하기와 가까운 수 더하기

아이들이 좋아해요: ‘같은 수 더하기’는 어떤 수를 자기 자신과 더하는 것이에요. 예를 들어 $3 + 3$ 같은 식이죠. 많은 아이들이 이런 식을 비교적 쉽게 익혀요. 또 2씩 건너뛰어 세기는 사실상 “두 배씩 세기” 느낌이 있어서, 같은 수 더하기 연습을 더 단단히 해 주는 데도 도움이 돼요.

‘두 배’의 기초: 같은 수 더하기를 빠르게 알게 되면 ‘두 배’ 개념도 자연스럽게 이어져요. ‘두 배’는 어떤 것을 똑같이 두 번 갖는다는 뜻이에요. 그래서 3의 두 배는 3을 두 번, 즉 $3 + 3$ 이고 답은 6이에요.

가까운 수 더하기: ‘가까운 수 더하기’는 두 수가 1 차이 나는 경우예요. 예를 들어 $3 + 4$ 같은 식이죠. 이런 경우에는 익숙한 사실을 이용해 빠르게 계산할 수 있어요. 예를 들어 $3 + 3 = 6$ 을 안다면, $3 + 4$ 는 거기서 1을 더한 7이에요. 또는 $4 + 4 = 8$ 을 안다면, $3 + 4$ 는 거기서 1을 빼 7이죠. 어느 쪽이 더 편한지 아이와 함께 선택해도 되고, 둘 다 해 보며 놀이처럼 해도 좋아요.

익숙한 사실을 이용해 새로운 계산을 만들어 내는 이런 방식은 앞으로도 계속 중요해요. 이 나이에 는 직접 보고 만질 수 있는 물건을 써서 생각을 붙잡아 주는 것이 특히 큰 힘이 돼요.

학습 스텝 28: 2로 곱하기와 2로 나누기

서로 이어지는 개념: 바로 앞 스텝에서 ‘두 배’를 다뤘죠. 그런데 ‘두 배’는 놀랄 만큼 많은 개념들과 연결되는 출발점이기도 해요.

2로 곱하기: 2로 곱하기는 ‘두 배’와 같은 뜻이에요. 다만 이 단계부터는 ‘곱하기’, ‘몇 배’ 같은 새로운 말을 더 자주 쓰게 돼요.

반(절반): 어떤 것을 두 배로 만들었다면, 그 결과의 ‘반’은 원래의 양이에요. 예를 들어 3의 두 배가 6이라면, 6의 반은 3이죠. 이걸 같은 물건을 두 줄로 똑같이 놓아 보면 바로 보일 수 있어요. 두 줄 중 한 줄을 가져가면 그게 절반이에요.

똑같이 나누기: ‘반’ 이야기를 할 때는 ‘똑같이 나누기’와 함께 묶어서 말해도 좋아요. 예를 들어 6개를 두 사람이 똑같이 나누면, 각자 3개씩 갖게 되죠. 이때 각자가 가진 3개가 원래 6개의 절반이에요.

2로 나누기: 아이에게 지금까지의 개념이 익숙하다면, 2로 나누기는 사실상 ‘절반 만들기’예요. 수학적 아이디어 자체는 이미 익힌 셈이고, 달라지는 것은 표현과 말뿐이에요.

구체물로 많이 해 보세요: 새로운 생각과 단어를 충분히 익히려면, 구체물을 가지고 여러 번 해 보는 것이 좋아요. 두 배 만들기, 절반 만들기, 똑같이 나누기를 실제 물건으로 많이 연습해 주세요. 원하면 두 사람뿐 아니라 더 많은 사람에게 나누는 것으로 확장해도 좋아요.

곱셈과 나눗셈의 시작: 지금까지 본 것처럼, 여기서부터 곱셈과 나눗셈 세계가 본격적으로 시작돼요. 아이가 이 새로운 영역으로 들어가는 모습을 보는 것은 정말 신나는 일이에요.

학습 스텝 29: 2씩 건너뛰어 세기 II

새로운 연결: 아이는 2단계에서 이미 2씩 건너뛰어 세기를 시작했어요. 이제는 이것을 더 발전시키면서, 2로 곱하거나 짝수·홀수 같은 새로운 아이디어와도 연결해 볼 수 있어요.

2로 곱하기: 예를 들어 어떤 수를 2로 곱한다는 것은 그 수를 “두 번” 갖는다는 뜻이에요. 예를 들어 ‘2가 5묶음’이면 전체는 10이에요. 이때는 “5의 두 배가 10”이라고 생각해도 같은 계산이에요.

어디서든 시작해서 위로도 아래로도: 2씩 건너뛰어 세기는 계속 연습해 주는 것이 중요해요. 0에서만 시작하지 말고, 어떤 수에서든 시작해 위로도 아래로도 2씩 세어 보게 해 주세요. 물건이 꽤 많이 모여 있을 때 빠르게 세는 방법으로도 아주 유용해요.

짝수와 홀수: 짝수는 ‘반으로 나누었을 때 정확히 똑같이 나뉘지는 수’예요. 0에서 시작해 2씩 건너뛰어 세면 나오는 수들이 짝수예요. 1에서 시작해 2씩 건너뛰어 세면 나오는 수들이 홀수예요.

다른 수로도 건너뛰어 세기: 원한다면 이 시기는 다른 수로도 건너뛰어 세기를 시작하기 좋은 때예요. 10씩, 11씩, 5씩 건너뛰어 세기 같은 것부터 시작해 보세요.

학습 스텝 30: 전략 게임 I

발달 단계가 있어요: 전략 게임은, 선택에 따라 결과가 달라지는 게임이에요. 이런 생각을 하려면 발달상 준비가 필요해요. 아이가 아직 준비되지 않았는데 억지로 시키려고 하면 오히려 역효과가 날 수 있어요. 준비가 될 때가 오면 자연스럽게 할 수 있어요. 시간은 충분해요.

기다려 주세요: 아이가 ‘규칙이 있는 게임’을 할 준비가 되었더라도, 바로 전략까지 할 준비가 된 것은 아닐 수 있어요. 처음에는 규칙을 지키고 차례를 기다리는 것만으로도 큰 발달이에요. 조금씩 하다 보면, 어느 순간 아이가 선택의 차이를 알아차리고 전략을 쓰기 시작해요. 그 순간이 오면, “기다린 보람이 있었네” 하고 느끼게 될 거예요.

처음엔 가볍게 즐겨요: 처음에는 아이가 뚜렷한 전략을 갖고 하지는 않을 가능성이 커요. 괜찮아요. 그냥 여러 방식으로 해 보며 즐기면 돼요. 그러다 보면 아이는 “선택이 결과를 바꾼다”는 것을 점점 더 느끼고, 그 차이에 관심을 갖기 시작해요.

숫자가 안 보여도 수학이에요: 전략 게임이 항상 숫자 계산을 포함하는 것은 아니에요. 하지만 계획하기, 예측하기, 차례 지키기 같은 요소가 들어 있어요. 이런 능력은 사고력뿐 아니라 사회정서 발달에도 큰 도움이 돼요.

단계 4: 나는 20까지 셀 수 있어요!

이 단계에서 아이는 세기를 100까지로 확장해요. 두 자리 수의 자릿값도 본격적으로 중요해지고, 두 자리 수 덧셈·뺄셈으로 이어질 준비를 해요. 또 15 범위의 곱셈 사실도 차차 익숙해지기 시작해요.

- [학습 스텝 31: 100까지 세기](#)
앞으로도 뒤로도 세어 보며 숫자를 단단히 익혀요.
- [학습 스텝 32: 두 자리 수의 자릿값](#)
전개형을 활용해 자릿값을 이해하고, 수를 비교하는 방법을 익혀요.
- [학습 스텝 33: 손가락 덧셈](#)
쉬운 방식으로 손가락 덧셈을 익혀요.
- [학습 스텝 34: 손가락 뺄셈](#)
쉬운 방식으로 손가락 뺄셈을 익혀요.
- [학습 스텝 35: 보완 전략\(맞춰서 계산하기\)으로 덧셈·뺄셈하기](#)
보완 전략은 쉽게 말해 ‘맞춰서 계산하기’로 덧셈과 뺄셈 계산을 더 쉽게 만드는 유용한 도구예요.
- [학습 스텝 36: 10을 중간 지점으로 삼기](#)
덧셈과 뺄셈에서 10을 ‘중간 지점’으로 활용해 계산해요.
- [학습 스텝 37: 2, 5, 10 씩 건너뛰어 세기](#)
어디서든 시작해 위로도 아래로도 건너뛰어 세기를 연습해요.
- [학습 스텝 38: 곱셈 시작하기](#)
두 배와 건너뛰어 세기를 설명할 때 ‘곱하기’, ‘몇 배’ 같은 말을 자연스럽게 소개해요.
- [학습 스텝 39: 15의 곱셈 배우기](#)
이 시점이면 아이는 15 곱셈 사실을 모두 익힐 준비가 되어 있어요.
- [학습 스텝 40: 전략 게임 II](#)
전략 게임을 하며 한 걸음 더 깊은 생각을 나눠 봐요.

학습 스텝 31: 100까지 세기

십의 자리 바뀌는 구간: 아이가 세기를 20에서 100으로 확장할 때 가장 어려운 부분은 ‘십의 자리’가 바뀌는 지점이에요. 이 구간을 의식해서 연습하면, 아이는 금방 “70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79” 같은 수열을 자연스럽게 이어서 말할 수 있게 돼요.

10씩 건너뛰어 세기: 1부터 100까지 세다가 막히는 아이는 ‘10씩 건너뛰어 세기’가 도움이 될 때가 많아요. 0부터 100까지 10씩 앞뒤로 세어 보는 연습을 하면, “60 다음에는 몇 십이지?” 같은 십의 자리 변화 질문에도 더 잘 답할 수 있게 돼요.

사물로 연습하기: 세기가 ‘말’로만 느껴지지 않도록, 조약돌 같은 작은 물건을 많이 모아 연습해 보세요. 10개씩 묶어 “십 묶음”을 만들고, 남는 것은 “일”로 남겨 보세요. 예를 들어 50까지 세고 나면, 10개 묶음이 5개이고 남는 것이 몇 개 있는지 눈으로 확인할 수 있어요.

이 연습은 거꾸로도 할 수 있어요. 10개씩 묶음 10개(=100)를 만들어 놓고, 하나씩 빼면서 100에서 내려오며 세어 보세요.

양방향으로 세기: 아이들은 1부터 100까지 빠르게 세는 데 익숙해질 수 있지만, 거꾸로 세기는 더 어려워하는 경우가 많아요. 100에서 1까지 거꾸로 세는 연습을 하면 십의 자리 변화에 대한 이해가 깊어지고, 숫자 전체를 더 잘 이해하는 데도 도움이 돼요.

100 숫자표 활용하기: 1부터 100까지(또는 0부터 99까지) 배열된 10×10 숫자표를 사용하면 숫자의 패턴을 시각적으로 볼 수 있어요. 십의 자리는 10개 동안 그대로 유지되고, 일의 자리가 1씩 바뀌는 규칙이 한눈에 보이죠.

학습 스텝 32: 두 자리 수의 자릿값

숫자의 의미: 두 자리 수를 ‘십 몇’으로 보는 것은 수를 이해하고 다루는 데 핵심이에요. 아이가 두 자리 수를 잘 다루려면, ‘수량’에 대한 감각도 함께 자라야 해요. 그래서 실제 물건(구체물)과 숫자(기호)를 함께 쓰는 경험이 많이 필요해요.

십 단위 묶음: 많이 있는 물건을 한 더미로 모아 두고, 10개씩 묶어 보세요. “십 묶음이 몇 개고, 남는 건 몇 개야?”를 계속 말로 붙여 주세요. 그리고 하나를 더하거나 빼면서 ‘십 묶음’과 ‘남개’가 어떻게 바뀌는지 같이 관찰해 보세요. 이때 남개가 9개를 넘지 않도록(넘으면 십 묶음이 하나 늘어나도록) 연습하는 게 좋아요.

전개형: 전개형은 자릿값을 ‘자리별로 풀어서 더한 형태’로 쓰는 거예요. 예를 들어 23은 $20 + 3$ 로 쓸 수 있어요. 구체물을 10개씩 묶어 십 묶음을 만들고 남개가 남는 모습을 전개형과 연결해 보세요.

빚금 표시로 세기: 사람들은 5개씩 빚금을 묶어 세는 방식에 익숙해요. 이런 묶음 세기도 ‘전개형으로 본 수’와 연결될 수 있어요. 예를 들어 23을 5개 묶음으로 세면 “5 묶음 4개(=20) + 3”처럼 볼 수 있죠.

건너뛰어 세기: 여러 수로 건너뛰어 세는 연습은 암산 감각을 키워 줘요. 자릿값을 활용해 생각을 정리하는 연습도 되고요. 충분히 연습하면 이런 생각 과정은 점점 자동화돼요.

23에서 시작해 8씩 올라가며 세어 보세요. 23을 $20 + 3$ 으로 보고, 3에 8을 더하면 11이니까 $10 + 1$ 이 돼요. 그래서 $23 + 8$ 은 $20 + 10 + 1$ 이 되고, 답은 31이에요.

23에서 시작해 5씩 내려가며 세어 보세요. 23을 $20 + 3$ 으로 보고, 5를 3과 2로 나누어 먼저 3을 빼서 20으로 만들고, 남은 2를 한 십 묶음에서 빼면 18이 돼요. 즉 $10 + 8$ 로 볼 수 있어요.

학습 스텝 33: 손가락 덧셈

손가락으로 ‘이어 세기’ 덧셈: 어떤 수에든 한 자리 수를 더할 때 손가락을 활용할 수 있어요. 이 방법은 ‘이어 세기’와 결합되면서, 아이가 계산을 안정적으로 해낼 수 있게 해 줘요. 동시에 손가락 수량을 빠르게 알아보는 능력도 함께 자라요.

예시: $8 + 7$ 을 예로 들어 볼게요. 어느 쪽을 시작 수로 삼아도 되지만, 보통은 더 큰 수(8)에서 시작하는 편이 쉬워요. 8에서 시작해 “9, 10, 11, 12, 13, 14, 15”처럼 이어 세면서, 말할 때마다 손가락을 하나씩 펴요. 아이가 펴진 손가락이 7개가 된 것을 확인하면 거기서 멈추고, 마지막으로 말한 수가 답이에요.

어떤 시작 수에서도 가능해요: 이 방법은 시작 수가 무엇이든 쓸 수 있어요. 예를 들어 $58 + 7$ 처럼 더 큰 수에서도 같은 방식으로 적용할 수 있어요.

지금은 확실한 방법이고, 나중에는 다른 방법으로 대체돼요: 시간이 지나면 더 빠른 방법들을 배우겠지만, 지금은 이 방법이 “언제나 맞는 답을 낼 수 있는” 든든한 도구가 돼요.

학습 스텝 34: 손가락 뺄셈

뺄셈은 두 가지로 생각해요: 뺄셈은 ‘덜어 내기(감산)’와 ‘차이 구하기’ 두 방식이 모두 중요해요. 여기서는 두 방식 모두를 손가락으로 해 볼 거예요. 예시는 $14 - 8$ 로 해 볼게요.

손가락으로 덜어 내기: 이 방법은 거꾸로 세기를 이용해 한 자리 수만큼 내려가는 방식이에요. 14에서 시작해 하나씩 내려가며 세고, 내려갈 때마다 손가락을 하나씩 펴요. 손가락이 8개 펴졌을 때 멈추면, 그때의 숫자가 답이에요(14에서 8만큼 내려가면 6).

손가락으로 차이 구하기: 이 방법은 ‘이어 세기’를 이용해 두 수 사이의 차이를 세는 방식이에요. 8에서 시작해 14까지 올라가며 세고, 올라갈 때마다 손가락을 하나씩 펴요. 14에 도착했을 때 손가락을 보면, 펴진 손가락 수가 차이예요(6).

지금은 확실한 방법이고, 나중에는 다른 방법으로 대체돼요: 시간이 지나면 더 빠른 방법들을 배우겠지만, 지금은 이 방법이 “언제나 맞는 답을 낼 수 있는” 든든한 도구가 돼요.

학습 스텝 35: 보완 전략(맞춰서 계산하기)으로 덧셈·뺄셈하기

유용하고 생각보다 쉬워요: 보완 전략은, 쉽게 말해 ‘맞춰서 계산하기’예요. 덧셈과 뺄셈을 더 쉽게 만들기 위해 수를 조금 조정하는 암산 방법이에요. 숫자 감각을 키우는 데도 도움이 되고, 생각보다 단순한 원리예요.

예를 들어 $99 + 15$ 를 더한다고 해 볼게요. 99에 1을 더해 100을 만든 뒤, 15에서 1을 빼 14로 만들면 $100 + 14$ 가 돼요. 이렇게 하면 계산이 훨씬 쉬워지죠. 우리가 하려는 것이 바로 이런 방식이에요.

덧셈에서의 보완 전략(맞춰서 계산하기): 덧셈에서는 한 수를 더 ‘좋은 수’로 만들기 위해 작은 양을 옮겨 주거나 조정해요. 예를 들어 $8 + 7$ 을 계산할 때, 8에서 3을 떼어 7에 주면 10이 되고, 남은 것은 5예요. 그래서 $8 + 7$ 은 $5 + 10$ 으로 바뀌고, 계산이 쉬워져요.

덧셈 보완을 더 다양하게: 덧셈 보완은 한 가지 방식만 있는 게 아니에요. 어떤 문제는 여러 방식으로 더 쉽게 만들 수 있어요. 아이가 한 문제를 여러 관점으로 바라보게 도와주면 암산 감각이 빨리 자라요.

뺄셈에서의 보완 전략(맞춰서 계산하기): 뺄셈에서는 두 수에 같은 값을 더하거나 같은 값을 빼서 계산을 쉽게 만들 수 있어요. 예를 들어 $17 - 13$ 을 계산할 때, 두 수에서 10을 똑같이 빼면 $7 - 3$ 이 되고 계산이 쉬워져요.

학습 스텝 36: 10을 중간 지점으로 삼기

10을 만드는 숫자 결합: 숫자 10은 암산에서 유용한 ‘중간 지점’이 되는 경우가 많아요. 이 방법을 잘 쓰려면 10을 만드는 숫자 결합을 잘 알고 있어야 해요.

10이 넘어가는 덧셈: 예를 들어 $5 + 7$ 을 풀어 볼게요. 7은 5와 2로 나눌 수 있어요. 7에서 5를 떼어 5에 더해 10을 만들고, 남은 2를 10에 더하면 12가 돼요.

이런 사고 방식은 덧셈에서의 보완 전략(맞춰서 계산하기)과도 비슷해요.

10보다 큰 수에서 빼기: 예를 $12 - 7$ 을 볼게요. 이 문제는 ‘덜어 내기’로도, ‘차이’로도 생각할 수 있어요.

덜어 내기로 접근하면, 7에서 2를 먼저 써서 12를 10으로 만든 뒤, 남은 5를 빼면 돼요. 즉 7을 2와 5로 나누어 10을 중간 지점으로 삼는 거예요.

차이로 접근하면, 12에서 10까지의 거리는 2이고 10에서 7까지의 거리는 3이니, 전체 차이는 $2 + 3 = 5$ 예요.

학습 스텝 37: 2, 5, 10 씩 건너뛰어 세기

쉬운 것부터: 이 시점이면 아이는 건너뛰어 세기에 꽤 익숙해져 있어야 해요. 여러 수로 건너뛰어 세는 것은 나중에 곱셈·나눗셈에도 도움이 돼요. 그중 가장 쉬운 것은 5씩과 10씩이에요.

10씩: 10씩 건너뛰어 세기는 쉽기도 하고, 자릿값 이해에도 도움이 돼요. 100 숫자표를 보면 10씩 세면 같은 열에서 위아래로 이동한다는 것이 한눈에 보이죠.

5씩: 10씩 세기를 익혔다면 다음은 5씩이에요. 5씩 세기를 하면 숫자들이 일정한 규칙으로 배열된다는 점을 발견하게 돼요. 예를 들어 5씩 세면 한 번은 0으로 끝나고, 다음은 5로 끝나는 식으로 반복돼요. 또 한 칸 건너의 수는 10 차이여서, 10씩 세기와 연결해서 이해하기도 쉬워요.

다른 수로도 해 보기: 다른 수로 건너뛰어 세는 것은 서두를 필요 없어요. 예를 들어 9씩 건너뛰어 세기는 일의 자리가 하나씩 줄어듦, 11씩 건너뛰어 세기는 일의 자리가 하나씩 늘어나는 패턴이 보여서 재미있게 할 수 있어요.

놀이로 해요: 두 사람 이상이 함께하는 게임으로 만들 수도 있어요. 한 사람이 시작 숫자, 건너뛴 숫자, 방향(올라가기/내려가기)을 정해요. 그다음 차례대로 돌아가며 다음 숫자를 말하면 돼요.

학습 스텝 38: 곱셈 시작하기

새로운 말: 4단계 후반부에는 두 배, 세 배, 건너뛰어 세기 같은 활동이 계속 나오죠. 이제 이런 상황에서 “곱하기”, “몇 배” 같은 말을 자연스럽게 써 볼 기회가 많아요.

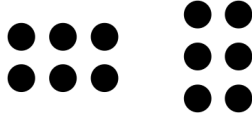
두 배와 세 배: 두 배는 2를 곱하는 것이고, 세 배는 3을 곱하는 것이에요. 아이에게 필요한 생각 도구는 이미 어느 정도 갖춰져 있어요. 이제는 표현(말)에 익숙해지는 과정이 더해지는 거예요.

건너뛰어 세기는 곱셈이에요: 예를 들어 0에서 시작해 5씩을 일곱 번 세면 “5가 7번” 있다는 뜻이에요. 아이는 지금 단계에서는 건너뛰어 세기로 답을 찾는 것이 가장 안전하고 확실한 방법일 수 있어요. 시간이 지나면 더 효율적인 방법을 배우겠지만, 지금은 이 방법으로도 충분히 잘할 수 있어요.

학습 스텝 39: 1 5의 곱셈 배우기

신나는 단계예요: 이제 아이는 1 5 범위의 곱셈 사실을 마스터할 수 있는 준비가 되어 있어요. 그동안 익혀 온 것들이 다 밑바탕이 돼요. 아이가 이미 알고 있는 것들을 한 번 정리해 보며 자신감을 만들어 주세요.

순서는 상관없어요: 곱셈은 “3을 2번” 하든 “2를 3번” 하든 같은 뜻이에요. 그래서 3×2 를 2씩 세기로 세 번 해도 되고, 3씩 세기로 두 번 해도 돼요. 아이가 편한 방식으로 하게 두는 것이 좋아요.



점이 3개씩 있는 줄이 2줄인 그림을 아이와 함께 보세요. 어느 방향에서 보든 “2줄의 3개”이고, 반대로 보아도 “3줄의 2개”예요. 그림을 반쯤 돌려 보면 같은 그림이라는 걸 더 분명하게 느낄 수 있어요.

2를 곱하는 것은 두 배예요: 2를 곱하는 것은 두 배와 같아서, 아이는 이미 그 기술을 갖고 있어요.

3을 곱하는 것은 두 배에 1번 더예요: 어떤 것을 3개 갖는 것은, 그중 2개(두 배)와 ‘하나 더’를 합친 것과 같아요. 그래서 3을 곱하는 것은 “두 배를 만든 뒤 하나 더”로 생각할 수도 있어요. 또는 3씩 네 번, 4씩 세 번처럼 건너뛰어 세기로 생각해도 좋아요.

4를 곱하는 것은 두 배를 두 번이에요: 4개를 만들고 싶다면 먼저 두 배로 2개를 만들고, 그 결과를 다시 두 배로 만들면 4개가 돼요. 예를 들어 4×5 는 5를 두 배로 10을 만들고, 10을 다시 두 배로 20을 만들면 돼요.

5를 곱하는 것은 5씩 세기예요: 5씩 건너뛰어 세기는 재미있어서 아이가 특히 좋아하는 경우가 많아요. 5의 배수는 일의 자리가 0이나 5로 끝나기 때문에, 곱셈 사실을 기억하기도 비교적 쉬워요.

학습 스텝 40: 전략 게임 II

이 전략 게임들의 가치: 전략 게임은 플레이어가 선택을 통해 더 나은 결과 또는 더 나쁜 결과를 만들어낼 수 있는 게임이에요. 이러한 게임들은 명시적인 숫자 콘텐츠가 없더라도 아이들에게 수학적으로 많은 것을 제공해요. 특히, 자연스럽게 아이들이 문제 해결을 하도록 동기를 부여해요.

0 만들기 게임 소개: 이제 아이가 전략 게임을 어느 정도 해봤다면, 게임에서 더 많은 것을 얻을 수 있는 방법을 살펴볼 차례예요. 예를 들어 '0 만들기 게임'을 해 보세요. 규칙은 간단해요. 시작 숫자를 정하고(예: 10), 먼저 시작할 사람을 정해요. 플레이어는 번갈아 가며 현재 숫자에서 1 또는 2를 빼요. 최종적으로 0을 만드는 사람이 이겨요. 계산은 쉽지만, 전략적으로는 꽤 도전적이에요.

경험을 통한 학습: 만약 매우 뛰어난 상대와 게임을 한다고 가정하면, 그 게임은 일종의 퍼즐이 돼요. 상대가 어떤 방식으로 플레이하든 이길 가능성이 가장 높은 수를 찾으려면 어떻게 해야 할까요? 하나의 전략은 같은 게임을 여러 번 플레이하며 어떤 전략이 효과적이고 어떤 전략이 그렇지 않은지 관찰하는 것이에요. 이 방법은 좋은 출발점이 되며, 관찰을 통한 통찰력을 얻을 기회를 제공해요. 하지만 이 방법은 학습 속도가 느릴 수도 있고, 복잡한 게임에서는 패턴을 찾기가 매우 어려울 수도 있어요. 예를 들어, 시작 숫자를 100으로 설정하면 모든 가능성을 고려해야 하므로 더욱 어려워져요!

0 만들기 게임 이기는 방법: 몇 수 앞을 미리 내다보면서 최적의 수를 찾을 수 있을까요? 10에서 시작하면 어려울 수도 있지만, 5에서 시작하면 상대적으로 쉬워요. 만약 5에서 2를 빼면 3이 돼요. 이 시점에서 상대가 1을 빼든 2를 빼든 우리는 반드시 이길 수 있어요. 즉, 5라는 숫자에서는 이기는 방법을 알고 있어요. 그렇다면 다른 작은 숫자에서는 어떤 일이 일어날까요? 어떤 숫자가 승리 숫자가 되고, 어떤 숫자가 패배 숫자가 되는지 패턴을 찾을 수 있을까요? 그리고 그 패턴이 왜 성립하는지 설명할 수 있을까요?

목표: 이러한 방식으로 접근하면 게임의 전략을 완전히 해결할 수 있어요. 하지만 게임에서 효과적인 방법이 다른 게임에서도 적용될지는 알 수 없어요. 이것이 바로 문제 해결이며, 새로운 문제는 항상 새로운 도전과 새로운 아이디어를 요구해요. 그리고 이것이 게임을 재미있게 만드는 요소예요. 아이에게 문제 해결과 도전의 재미를 공유해주세요. 또한 전략 게임을 하면서 어떤 선택이 더 나은 선택인지 아이와 논의해주세요. 중요한 것은 완벽한 수를 찾는 것이 아니라, 그 과정을 즐기며 다른 사람과 아이디어를 공유하는 것이에요.

5단계: 100까지 셀 수 있어요!

이 단계에서는 세기가 세 자리 수로 확장돼요. 자릿값이 더 중요해지고, 수의 구조가 더 또렷해져요. 이제는 한 자리 수 곱셈과 나눗셈을 익힐 시기에요.

- [학습 스텝 41: 세 자리 수의 자릿값](#)
전개형을 세 자리 수까지 확장해 자릿값을 이해해요.
- [학습 스텝 42: 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈](#)
전개형을 활용해 두 자리 수 덧셈과 뺄셈이 어떻게 되는지 이해해요.
- [학습 스텝 43: 2 10 씩 건너뛰어 세기](#)
2 10 중 어떤 수로도, 어디서든 시작해 위로도 아래로도 건너뛰어 세기를 연습해요.
- [학습 스텝 44: 곱셈 - 2, 4, 8, 5, 10](#)
두 배와 5의 배수 개념이 들어 있어요. 비교적 빨리 익힐 수 있고, 나머지 곱셈을 배우는 좋은 틀이 돼요.
- [학습 스텝 45: 곱셈 - 3, 4, 6, 9, 11](#)
'하나 더/하나 덜' 아이디어를 활용해 앞에서 배운 수를 바탕으로 새로운 곱셈 연산을 익혀요.
- [학습 스텝 46: 한 자리 수 곱셈](#)
이제 한 자리 수 곱셈을 모두 익혀요!
- [학습 스텝 47: 약수, 인수, 배수](#)
약수, 인수, 배수라는 용어를 소개해요.
- [학습 스텝 48: 소수, 합성수, 거듭제곱](#)
소수와 합성수, 단위수(1)를 배우고 소인수분해를 연습해요. 이때 거듭제곱 개념도 함께 익히기 좋아요.
- [학습 스텝 49: 연산 묶음 II](#)
곱셈과 나눗셈 사실을 '연산 묶음'으로 묶어 정리해요.
- [학습 스텝 50: 한 자리 수 나눗셈](#)
건너뛰어 세기와 곱셈 사실 학습이 바탕이 돼서, 나머지가 있는 나눗셈과 없는 나눗셈을 익히는 데 도움이 돼요.

학습 스텝 41: 세 자리 수의 자릿값

물건이 많이 필요해요: 수학 개념을 실제 물건과 연결해 주는 것이 아이에게 가장 좋은 방법일 때가 많아요. 다만 세 자리 수를 다룰 때는 처음부터 수백 개의 물건을 준비하기가 쉽지 않고, 준비해도 보관하고 다루는 일이 번거로울 수 있어요.

구체물을 써 보세요: 아이에게 여러 수량을 물건으로 나타내 보게 해 주세요. 십 묶음(10개 묶음)과 낱개를 함께 쓰고, 100을 나타내는 카드('100'이라고 적은 종이 조각이나 나무 조각)를 함께 쓰면 좋아요. 예를 들어 147은 '100' 한 장, 십 묶음 4개, 낱개 7개로 나타낼 수 있어요.

전개형을 활용해요: 아이가 자릿값과 전개형의 연결을 충분히 이해했다면, 이제 세 자리 수도 전개형으로 풀어 써 보세요. 예를 들어 325는 $300 + 20 + 5$ 처럼 나타낼 수 있어요. 이렇게 풀어 쓰는 방식이 세 자리 수 자릿값을 이해하는 데 큰 도움이 돼요.

학습 스텝 42: 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈

한 자리 수부터 시작해요: 두 자리 수 두 개를 바로 더하고 빼기 전에, 두 자리 수에 한 자리 수를 더하거나 빼는 것부터 부드럽게 시작해 보세요. 예를 들어 43에 7을 더하거나, 52에서 6을 빼는 식이에요.

구체물로 붙잡아 주세요: 십 묶음과 낱개를 실제로 만들어 두 수를 나타내 보세요. 아이가 두 수를 ‘십 몇’으로 보고 다룰 수 있도록 돕는 데 큰 도움이 돼요.

덧셈: 덧셈에서는 두 수의 십 묶음과 낱개를 모두 합치면 돼요. 예를 들어 23과 45는 십 묶음 2개와 4개를 합쳐 6개, 낱개 3개와 5개를 합쳐 8개라서 68이 돼요. 다만 낱개가 10개를 넘는 경우에는, 낱개 10개를 다시 십 묶음 1개로 바꾸는 과정이 필요해요.

뺄셈: 뺄셈에서는 먼저 빼야 할 십 묶음을 덜어 내고, 그다음 낱개를 빼요. 낱개가 부족하면 십 묶음 하나를 낱개 10개로 바꿔 ‘빌려오는’ 과정을 해요. 이 과정을 구체물로 눈으로 보게 해 주면 이해가 훨씬 쉬워져요.

전개형을 활용해요: 구체물로 충분히 연습했다면, 전개형으로도 표현해 보세요. 예를 들어 $45 - 23$ 은 $(40 + 5) - (20 + 3)$ 처럼 풀어서 생각할 수 있어요. 필요할 때는 ‘십 묶음을 풀어 낱개로 바꾸는’ 과정도 전개형으로 함께 표현해 보세요.

자동으로 되기까지는 시간이 걸려요: 연습이 쌓이면 아이는 구체물이나 전개형 없이도 머릿속으로 처리하게 돼요. 하지만 서두를 필요는 없어요. 다른 많은 것들과 마찬가지로, 자연스럽게 익숙해지는 시간이 필요해요.

학습 스텝 43: 2 10 씩 건너뛰어 세기

연습: 2부터 10까지 어떤 수로도, 어디서든 시작해서 위로도 아래로도 건너뛰어 세는 연습을 해 보세요. 이 연습은 곱셈과 나눗셈의 기초가 되고, 큰 수에 익숙해지는 데도 도움이 돼요.

100 숫자표의 패턴: 건너뛰어 세기를 할 때 100 숫자표에서 어떤 패턴이 나타나는지 찾아보세요. 같은 열(일의 자리가 같은 열)에서 위아래로 움직이면 어떤 일이 생기는지, 일의 자리와 십의 자리가 어떻게 변하는지 관찰해 보세요.

재미있게 해요: 여러 명이 함께하는 놀이로도 만들 수 있어요. 한 사람이 시작 숫자, 건너뛴 숫자, 방향(올라가기/내려가기)을 정해요. 그다음 차례대로 돌아가며 다음 숫자를 말하면 돼요.

학습 스텝 44: 곱셈 - 2, 4, 8, 5, 10

좋은 틀이 돼요: 2, 4, 8, 5, 10은 비교적 빨리 익힐 수 있어요. 한 번 익혀 두면, 나머지 곱셈을 배울 때도 좋은 틀이 돼요.

5와 10 곱하기: 10을 곱하는 것은 자릿값과 연결되어 빨리 익힐 수 있어요. 10을 곱하는 방법을 알면 5를 곱하는 방법을 익히는 데도 도움이 돼요.

5의 배수는 5씩 건너뛰어 세기로 익힐 수도 있고, 10의 배수를 활용해 “절반”으로 생각할 수도 있어요. 예를 들어 6×5 를 알고 싶다면, 6×10 은 60이니까 그 절반인 30이라고 생각할 수 있어요.

2, 4, 8 곱하기: 2, 4, 8은 ‘두 배’를 여러 번 하는 방식으로 익히기 좋아요. 4를 곱하는 것은 두 배를 두 번 하는 것과 같고, 8을 곱하는 것은 두 배를 세 번 하는 것과 같아요. 예를 들어 어떤 수의 2배를 알고 있다면, 그 답을 다시 두 배로 하면 4배가 돼요.

학습 스텝 45: 곱셈 - 3, 4, 6, 9, 11

여러 전략이 있어요: 3, 4, 6, 9, 11은 앞에서 익힌 것들을 바탕으로 몇 가지 전략으로 계산할 수 있어서 여기 함께 묶었어요. 물론 모든 곱셈은 결국 건너뛰어 세기로도 할 수 있고, 어떤 곱셈은 다른 방식으로 배울 수 있어요.

9를 곱하는 데는 재미있는 규칙이 있어요. 예를 들어 6×9 를 할 때, 6에서 1을 뺀 5를 십의 자리에 두고(십의 자리는 5), 9에서 5를 뺀 4를 일의 자리에 두면 54가 돼요. 이런 방식이 잘 맞는 아이도 있고, 그냥 다른 방식이 더 편한 아이도 있어요.

하나 더, 하나 덜: 앞에서 이미 알고 있는 수를 기준으로 “하나 더” 또는 “하나 덜”을 활용해 배울 수 있어요. 예를 들어 6×7 은 5×7 보다 7을 하나 더한 값이에요. 그래서 6×7 은 $(5 \times 7) + 7$ 로 생각할 수 있어요.

4와 9는 이미 알고 있는 수보다 “하나 덜”인 경우가 많아요. 예를 들어 4×7 은 5×7 에서 7을 하나 덜한 값이라서 $35 - 7 = 28$ 이에요. 9×7 도 10×7 에서 7을 하나 덜한 값으로 생각할 수 있어요.

학습 스텝 46: 한 자리 수 곱셈

남은 조각: 앞 단계들에서 여러 전략으로 곱셈을 익혔다면, 이제 남은 몇 개의 곱셈 사실만 정리하면 한 자리 수 곱셈을 모두 알게 돼요. 예를 들어 8단을 잘 알더라도 7×7 같은 몇몇은 아직 헛갈릴 수 있어요. 덧셈에서도 비슷하게, 대부분을 익힌 뒤 몇 개만 남는 경우가 있죠.

모아서 익히고, 자연스럽게 외우게 돼요: 조금씩, 그리고 많이 반복해서 접하다 보면 아이는 결국 한 자리 수 곱셈을 점점 더 빠르고 자동으로 처리하게 돼요. 서두를 필요는 없어요.

카드 학습은 조금만, 재미있게: 카드(또는 비슷한 활동)는 아주 조금씩, 가볍고 재미있게만 해도 충분해요. 아이가 이미 대부분의 곱셈 사실을 알고 있고 몇 개만 남았다면, 남은 것만 따로 목록을 만들어 그 부분만 짧게 연습하면 돼요.

학습 스텝 47: 약수, 인수, 배수

약수와 인수: 어떤 수가 다른 수를 나누었을 때 나머지 없이 나누어떨어지면, 그 수를 ‘약수’라고 해요. 곱셈 관점에서는 그 수를 ‘인수’라고도 해요. 예를 들어 6은 3으로 나누어떨어지므로 3은 6의 약수예요. 또 $6 = 3 \times 2$ 이므로 3과 2는 6의 인수예요. 반면 4는 6을 나머지 없이 나눌 수 없으니 6의 약수가 아니예요.

공약수: 분수를 약분하는 것처럼 어떤 수학 상황에서는 두 수에 공통으로 들어가는 약수가 중요해요. 두 수를 모두 나누는 수를 ‘공약수(공인수)’라고 해요.

배수: 어떤 수의 배수는 그 수를 여러 번 더하거나(또는 곱해) 만들 수 있는 수들이예요. 예를 들어 6의 배수는 0, 6, 12, 18...이예요. 어떤 수의 배수에는 그 수가 항상 약수로 들어가요.

공배수: 두 수의 공배수는 두 수의 배수이기도 한 수예요. 예를 들어 4와 6의 공배수에는 0, 12, 24, 36...이 있어요. 공배수들은 더 큰 규칙을 가진 배수들이예요.

천천히 익혀요: 이 새로운 단어들은 한꺼번에 외우게 할 필요가 없어요. 곱셈과 나눗셈 이야기를 하면서 자연스럽게 조금씩 소개해 주세요. 단어를 한 번 익히면 설명이 훨씬 간단해져서, 이후 대화가 편해져요.

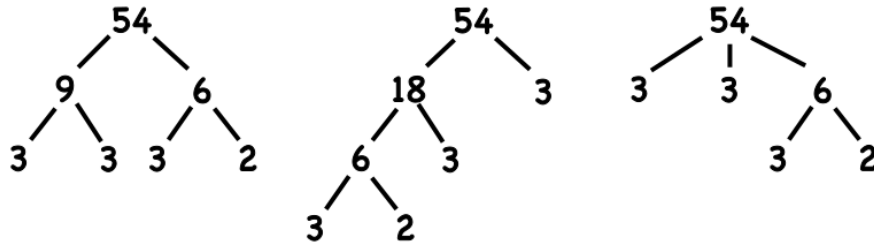
학습 스텝 48: 소수, 합성수, 거듭제곱

소수: 소수는 곱셈과 나눗셈을 이해하는 데 중심이 되는 개념이에요. 소수는 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신으로만 나누어떨어지는 수예요.

합성수와 1: 양의 정수는 크게 세 가지로 나눌 수 있어요. 단위수(1), 소수, 합성수예요. 합성수는 소수들의 곱으로 이루어져요. 예를 들어 12는 $2 \times 2 \times 3$ 으로 만들 수 있어요.

소인수분해: 소인수분해를 잘 익혀 두면 이후 수학에서 정말 유용해요. 처음에는 20까지(또는 30까지) 수의 소인수분해를 자주 연습해 보세요.

거듭제곱: 소인수분해에는 같은 소수가 반복해서 등장하는 경우가 많아요. 이런 반복은 거듭제곱으로 더 간단하게 표현할 수 있어요. 예를 들어 $2 \times 2 \times 2 \times 2$ 라고 쓰는 것보다 “2의 4제곱”이라고 말하는 편이 더 짧고 이해하기 쉬워요.



인수와 인수분해 나무: 큰 수에서는 어떤 인수로 나눌 수 있는지 바로 떠오르지 않을 때가 많아요. 그럴 때는 인수분해 나무를 써서 문제를 더 쉬운 조각으로 나눌 수 있어요. 먼저 어떤 인수 쌍으로 나눌 수 있는지 찾고, 그 다음 각 수를 다시 인수로 나누어 내려가면 결국 소수들로 분해할 수 있어요.

학습 스텝 49: 연산 묶음 II

연산 묶음: 3단계에서는 덧셈과 뺄셈을 연결하는 연산 묶음을 살펴봤어요. 이제는 곱셈과 나눗셈을 연결하는 연산 묶음을 살펴볼 차례예요. 곱셈과 나눗셈 사이의 연결을 더 깊게 이해하도록 돕는 것이 목적이에요.

곱셈과 나눗셈은 연결돼요: 예를 들어 $3 \times 4 = 12$ 연산 묶음을 생각해 볼게요. 가로 3, 세로 4인 직사각형을 그리면 칸 수가 12예요. 이 직사각형의 ‘가로 \times 세로’가 곱셈이고, 12개의 칸을 3줄(또는 4줄)로 똑같이 나누면 나눗셈이 돼요. 그래서 $12 \div 3 = 4$, $12 \div 4 = 3$ 이 자연스럽게 이어져요.

서로 되돌려요: 같은 예를 계속 써 볼게요. 3에 4를 곱하면 12가 돼요. 그리고 12를 4로 나누면 다시 3으로 돌아와요. 즉 4를 곱한 뒤 4로 나누면 원래대로 돌아오는 거예요.

마찬가지로 12를 4로 나누면 3이고, 3에 4를 곱하면 다시 12가 돼요. 나누기와 곱하기는 이렇게 서로를 되돌리는 관계예요.

학습 스텝 50: 한 자리 수 나눗셈

준비가 되었어요: 건너뛰어 세기, 곱셈 사실 학습, 약수·인수·배수, 소수·합성수 같은 준비가 쌓이면서, 이제 한 자리 수 나눗셈을 배울 기반이 만들어졌어요. 이 기반은 나머지가 있는 나눗셈과 없는 나눗셈 모두에 도움이 돼요.

나머지가 없는 나눗셈: 나눗셈에서 나머지가 없이 딱 나누어떨어지는 경우에는, 아이가 곱셈 사실을 이용해 답을 찾을 수 있어요. 예를 들어 36을 4로 나누라고 하면, “4×몇이 36이지?”를 떠올리면 돼요.

어림과 건너뛰어 세기: 예를 들어 29를 4로 나누라고 하면, 먼저 대략 어느 정도가 될지 어림해 볼 수 있어요. 그다음 4씩 건너뛰어 세면서 29에 가장 가깝게 가되 넘지 않는 값을 찾아요. 그리고 남은 것이 나머지에요.

검산하기: 답을 확인하는 습관은 아주 좋아요. 예를 들어 $29 \div 4$ 의 몫이 7이고 나머지가 1이라면, $4 \times 7 = 28$ 이고 거기에 나머지 1을 더하면 29가 되는지 확인해 보면 돼요.