



Этапы Изучения Математики

Это сборник кратких описаний математических этапов, которые ваш ребёнок будет проходить по мере роста и развития своего математического мира. Его цель - это представить каждый этап обучения, а также дать представление о том, как каждый этап дополняет предыдущий и закладывает основу для последующих. Он не облагает полнотой и глубиной, необходимыми для подготовки учителя математики в школе.

Мы разделяем раннее обучение математике на следующие Этапы. Возраст, соответствующий этим этапам, является приблизительным и может значительно различаться для разных детей в разных обстоятельствах.

- [Этап 1: Я Тебя Слышу! – Возраст 0 до 3](#)
- [Этап 2: Я Могу Считать до 5! – Возраст 2 до 5](#)
- [Этап 3: Я Могу Считать до 10! – Возраст 3 до 6](#)
- [Этап 4: Я Могу Считать до 20! – Возраст 4 до 7](#)
- [Этап 5: Я Могу Считать до 100! – Возраст 5 до 8](#)

Название каждого этапа выбрано таким образом, чтобы отразить простой и понятный уровень навыков, необходимый для начала обучения на этом этапе. Эта простая структура не подойдёт каждому ребёнку идеально, но она даёт полезные рекомендации относительно того, с чего следует начать.

На следующих страницах мы разделим каждый из этих этапов на последовательность из десяти шагов обучения.

Этап 1: Я Тебя Слышу!

Этот этап начинается уже в возрасте от 4 до 6 месяцев. Очень важно знакомить ребёнка с разнообразным опытом. Начните разговаривать с ребёнком, даже если он не проявляет никаких внешних признаков понимания. Возьмите за привычку указывать на разные предметы и описывать их. Когда ребёнок начнёт реагировать на ваши слова, начните задавать ему вопросы, на которые он должен отвечать.

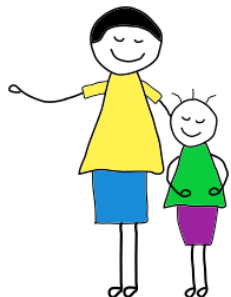
Когда ваш ребёнок начнёт понимать, что у предметов есть свойства, начните указывать ему на свойства, которые делают их похожими или разными. Эти свойства также полезны для игры с закономерностями. Наконец, начните описывать фигуры с точки зрения их многочисленных свойств.

Этапы обучения математики на этом этапе:

- [Шаг 1: Математические Беседы – Рано и Часто](#)
Постоянное указание и описание предметов очень важно для развития ребёнка. Начните делать это задолго до того, как он, кажется, начнёт понимать.
- [Шаг 2: Математические Беседы – Дома](#)
У вас дома есть много математических вещей, о которых можно поговорить.
- [Шаг 3: Математические Беседы – На Улице и Вокруг](#)
Обсуждайте математику в магазине, в парке, и во многих других местах. Математика повсюду вокруг нас!
- [Шаг 4: Математические Беседы – Опишите, Сравните](#)
Используйте слова описание, сравнения, и пространственные отношения с вашим ребёнком – это математика!
- [Шаг 5: Математические Беседы – Подсчёт](#)
По возможности считайте вещи для своего ребёнка.
- [Шаг 6: Математические Беседы – Указывайте, Описывайте, и Спрашивайте](#)
Начните задавать вопросы, на которые они могут ответить невербально, указывая или совершая действия.
- [Шаг 7: Свойства объектов](#)
Ваша описания игры должна включать в себя множество свойств объектов.
- [Шаг 8: Одинаковые и Разные](#)
Обсуждайте свойства, которые делают вещи одинаковыми или разными.
- [Шаг 9: Закономерности](#)
Начните играть с определением, созданием, и расширением закономерностей.
- [Шаг 10: Основные Фигуры](#)
Познакомьте геометрические понятия и предметы, а также название простых фигур.

Шаг 1: Математические Беседы – Рано и Часто

Контакт: В эти ранние годы всё зависит от опыта! Ваш ребёнок сталкивается с широким спектром событий и обнаруживает закономерности во всём, что чувствует. В рамках знакомства ребёнка с миром знакомьте его с математическими терминами и понятиями. Пусть он увидит, как увлекательно играть вместе с математикой.



Начинайте рано: Начните это ещё до того, как ребёнок начнёт понимать, что вы говорите. Ваш ребёнок – губка, которая впитывает ваши слова гораздо больше, чем вы думаете.

Укажите и опишите: Указываете на предметы, с которыми взаимодействует ваш ребёнок, и описываете их словами, используя числа, формы, и цвета. Если вы имеете дело с небольшим количеством предметов, пересчитайте их вслух.

Многогранность Математического Разговора

Математика - это гораздо больше, чем просто цифры.

- Описывайте предметы. обсуждайте размеры, цвета, текстуры, формы, мягкость, влажность, температуру, яркость и многое другое. Название и описание свойств необходимо для их сравнения и выявления закономерностей.
- Используйте слова сравнения. Больше, меньше, самый высокий, самый широкий, больше, меньше, такой же, ...
- Используйте слова, указывающие положение. Над, под, между, рядом, далеко, выше, ...
- Расскажите о закономерностях и последовательностях в пространстве и времени. Определите порядок вещей: первое, второе, третье, и последний. Расскажите о том, что только что произошло, что должно произойти, и что происходит сегодня. Расскажите о закономерностях в дизайне, которые вы видите.
- Считайте предметы вслух и называйте цифры, чтобы обозначить количество.
- Используйте слова для обозначения размеров. Используйте слова для обозначения длины, площади, веса, и объёма при описании размеров.

Это всё математика: Эти разные способы описания вещей и их взаимосвязи – это и есть математика! Расширение словарного запаса и концепций поможет вашему ребёнку развивать математические способности. Это также даст мощный толчок развитию навыков чтения и говорения об окружающем мире.

Шаг 2: Математические Беседы – Дома

Когда вы вместе занимаетесь домашними делами, у вас будет много возможностей поговорить с ребёнком на математические темы.

Убирая вещи: Поговорите о том какие вещи должны быть вместе. Сочетаются ли вместе вещи одинаковой формы? Есть ли специальное место для круглых или треугольных вещей?

Одежда: Если вы сортируете одежду, которую собираетесь постирать или которую только что постирали, обсудите цвета, формы, и размеры. Когда вы берёте или убираете одежду, говорите о том, почему некоторые вещи нужно класть в одно место, а другие в другое.

Ложиться спать и вставать: В такие моменты удобно обсуждать порядок действий и практиковать такие слова как первое, второе, третье, последнее, и следующий.

Обсуждайте по мере чтения: Время чтения сказок – прекрасная возможность заняться математикой с вашим ребёнком в уютной обстановке. Обсуждайте персонажей и предметы на картинках. Если на картинках изображено большое жёлтое солнце, укажите на него и скажите: «Солнце круглое и жёлтое. Стена в этой комнате тоже жёлтая. Покажи что-нибудь круглое в этой комнате.»

Когда ваш ребёнок станет старше, считайте вместе, указывая, например на жёлтые лепестки цветка на картинке, или просите ребёнка указывать на предметы, которые вы описываете.



Еда: Убирая еду, готовя её, или раскладывая стол к обеду, вы найдёте множество возможностей для математики. Разные виды продуктов следует убирать в определённые места и это хорошее время для слов обозначающих отношения, например, внутри, под и над.

Приготовление еды включает в себя измерение количество продуктов, обсуждение времени приготовления, и описание желаемого результата. Сервировка еды для приёма пищи подразумевает размещение необходимого количества продуктов, чтобы каждый человек получил необходимое.

Играть с объектами: Сравнивайте объекты при создании вещей для игры или других целей. Какой из них выше? Можно ли сделать одну вещь выше, шире, больше, или такой же как другая? Опишите и сравните размеры, количества, и цвета вещей которые у вас есть или которые изображены на картинках.

Шаг 3: Математические Беседы – На Улице и Вокруг

Фигуры: Вы можете увидеть круг в каком-то рисунке здания и попросить ребёнка указать на другие круги, которые он видит, например, на кругах светофороф. Дорожные знаки и вывески магазинов предоставляют богатый выбор фигур, которые можно описать и назвать. Нет конца формам, цветам, и счёту которые можно найти и обсудить как только вы привыкнете их искать.

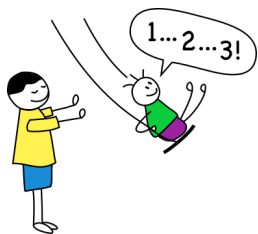


Путешествовать: Во время путешествия можно обсудить множество математических тем. Если вы видите необычную красную машину, укажите на неё и посчитайте другие похожие красные машины. Спросите о более крупных, мелких, тонких, и широких предметах, таких как здание, окна, деревья и люди. Какие предметы находятся ближе других, а какие дальше?

Подсчёт в магазине: Обсудите, сколько яблок вам нужно, и пересчитайте их по мере выбора. Посчитайте людей в очереди перед вами и сравните это с длиной других очередей.



Покажите формы фруктов или изображения на коробках с едой. Расскажите о том что одни вещи продаются в коробках, а другие в круглых бутылках. Возможно, вам понадобится что-то на верхней полке, а что-то на нижнее. Столько всего можно описать и сравнить!



В парке: Посчитайте детей, количество строений, деревья или чего-нибудь ещё. Отметьте, где одного предмета больше, чем другого.

На качелях: Катание ребёнка на чём-то, что качается или покачивается вперёд и назад это отличная возможность поучить его считать. С каждым толчком считайте «1, 2, 3, 4, 5.» Когда ребёнок научится считать до 5, неплохо начать счёт от 5. Иногда начинайте или заканчивайте с 0

Покажите детям круги, кривые, прямые линии, треугольники, и прямоугольники в парке. Обсудите, как некоторые предметы находятся над другими, под ними, между ними, или на них.

Шаг 4: Математические Беседы – Опишите, Сравните

Математика важна помимо просто чисел: Описание и сравнение предметов - это важная часть раннего освоения математики в вашем ребёнком. Занимаясь математикой, дети используют представление о свойствах предметов, чтобы работать с ними, например, группировать их или находить закономерности. Эти навыки также пригодятся вашему ребёнку, когда он начнёт учиться читать.

Укажите, опишите, и сравните: Где бы вы ни находились, возьмите за правило указывать на вещи, которые привлекают ваше внимание или внимание вашего ребёнка, а затем описывайте их. Воспользуйтесь возможностью сравнить эти вещи с другими, чтобы описания были более содержательными. Обсуждайте, чем две вещи похожи или чем они отличаются.

Никогда не бывает слишком рано: С самых ранних лет ваш ребёнок учится на основе всего, что видит, слышит, пробует на вкус, и испытывает. Дополните этот опыт математическими беседами. Ваши слова приносят ему пользу ещё до того, как он на них отреагирует. Со временем он научится сопоставлять ваши знания и показывать, что понимает их.

Показывайте, но не спешите: Не путайте раннее знакомство с обучением. Ребёнок будет выстраивать модели на основе своего опыта по мере развития. Например, невозможно научить ребёнка считать до пяти, просто объясняя ему это – можно лишь постоянно показывать ему свой счёт, пока он не начнёт понимать его. Никогда не проявляйте нетерпение и не заставляйте его усваивать материал быстрее – ему предстоит многому научиться, и он естественным образом захочет всё это понять.

Поисковая игра: Придумайте игру с поиском предметов вокруг себя. Используйте её для отработки и понятий, которые изучает ваш ребёнок, таких как цвет, размер (большой, средний, маленький), вес (тяжёлый, лёгкий), количество, и взаимосвязи (внутри, сверху, снизу).

Один из вас говорит другому, что видит что-то круглое, лежащее на чём-то коричневом. Другой пытается угадать, что это. Если ему трудно найти, даются дополнительные подсказки.



Шаг 5: Математические Беседы – Подсчёт

Счёт, Числа, и Количества: Счёт цифр - это то, что приходит на ум большинству людей, когда они думают о ранней математике, и они проще всего для понимания. Счёт также легко объяснить ребёнку словами. Работать нужно над несколькими вещами одновременно, поэтому для ребёнка это может быть сложнее, чем вы думаете.

- Счёт в прямом и обратном порядке, иногда включая 0
- Изучение чисел
- Изучение о количествах

Повторение последовательности: Поначалу, если вы будете считать перед ребёнком, он начнёт повторять цифры по порядку. Не удивляйтесь, если он пропустит некоторые цифры или назовёт их в неправильном порядке. Если он допустит эти ошибки, не придавайте этому большого значения – просто произнесите ещё раз правильно и продолжайте. Всё это часть процесса, и со временем ребёнок выучит цифры в правильном порядке.

Иногда используйте обратный счёт: Обратный счёт поможет ребёнку понять последовательность. Это поможет избежать бессмысленные последовательности звуков, которые радует взрослых. Вы можете делать это практически в любое время, когда бы вы считали. Например, если вам нужно убрать три яблока, считайте от трёх когда убираете каждое яблоко

Иногда включайте 0: Иногда начинайте счёт с 0, чтобы 0 стал привычным числом и количеством. Вы также можете считать в обратном порядке до 0. Обратный счёт до нуля отлично подходит для событий которые вот-вот произойдут, например через десять секунд. Можно досчитать до 0, а затем сказать «Взлёт» или что-то подобное..

Понимание количества: Взрослым совершенно очевидно, что если пересчитать несколько предметов, например четыре камешка, то при счёте «1, 2, 3, 4» последнее число которое вы назовёте будет обозначать количество предметов. Ваш ребёнок узнает много нового о счёте и количествах. Он приобретает понимание величин. Он усваивает, что когда он что-то считает, он устанавливает соответствие между предметами и числами которые называет. Он усваивает, что неважно в каком порядке вы считаете предметы. И наконец, он усваивает правило «Последнее число - это количество». Взрослые принимают это как должное, но для ребёнка - это очень важный урок. Будьте терпеливы и помните что спешить не надо.

Считайте всё: Столько всего нужно считать. Считайте стулья, шаги чтобы пройти небольшое расстояние, еду, людей в очереди, людей в группе, мебель вокруг стола или в комнате, руки, ноги, и Бог знает что ещё. Всякий раз когда вы ловите себя на том, что мысленно что-то считаете, посчитайте это вслух перед ребёнком, и обязательно иногда делайте обратный счёт, а иногда добавляйте 0.

Шаг 6: Математические Беседы – Указывайте, Описывайте, и Спрашивайте

Отвечать: Как только ваш ребёнок научится реагировать на ваши слова, вы сможете начать задавать вопросы. Ваш математический разговор по принципу «Укажи и описывай» теперь будет проходить по принципу укажи, описывай, и спрашивай. Ещё до того, как ребёнок научится произносить слова, он начнёт реагировать на вас невербально, по мере того как будет понимать смысл ваших слов.

Спрашивать вопросы: Используйте этот новый уровень общения, чтобы яснее объяснить, какие идеи понятны вашему ребёнку. «Где птица?» или «Где мяч?» даст вам понять, знает ли ребёнок что такое птица или мяч. Также, «Покажи на дерево» или «Покажи на машину» подходят для этих двух понятий.

Обработка ошибок: Задавайте самые разные вопросы. Спросите, какой из двух предметов больше или меньше. Спросите, куда вы идёте. Спросите, где находится тот или иной предмет. Все эти вопросы возможность для вашего ребёнка выразить своё понимание, а для вас прояснить любые недопонимания. Если ребёнок указывает на неправильный предмет или берёт не тот предмет, просто укажите на правильное и не пытайтесь объяснить его ошибку.

Делайте это во время чтения: Теперь вы можете добавлять вопросы к показанию и описанию во время чтения рассказа. Указывайте на картинке в рассказе и задавайте те же вопросы, которые вы бы спрашивали про вещи вокруг вас.

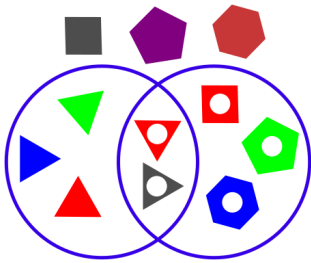
Простые загадки: Играйте в игры, развивая новый навык вашего ребёнка, и получайте от этого удовольствие. Разгадывайте вместе головоломки, например: «Под синим есть что-то красное. Где оно?»

Шаг 7: Свойства Объектов

Ваш ребёнок отвечает!: Все ваши указания, описания и вопросы, которые вы практиковали с ребёнком, убедили его в том что у вещей есть свойства, которые можно обсуждать и рассуждать. Вы накапливали словарный запас и понятий для описания вещей. Теперь пора начать использовать их чаще.

Спрашивайте о вещах с определённым свойством: Потренируйтесь использовать свойства, попросив ребёнка принести вам что-нибудь с этим свойством. Например, вы можете попросить «Пожалуйста, принеси мне что-то красное.» По мере того, как ребёнок будет лучше справляться с этим, усложняйте просьбы, используя несколько свойств, например – «Найди круглые деревянные предмет.»

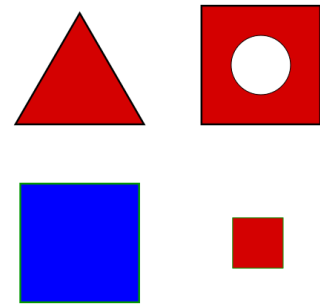
Группировка вещей по свойству: Потренируйтесь группировать предметы по одному и тому же свойству. Если у вашего ребёнка есть коллекция предметов, попросите его отложить все круглые предметы в сторону.



Круг для каждого свойства: Для наглядности нарисуйте большой круг и поместите в него все предметы с определённым свойством. Например, можно поместить в круг все предметы с дырками. Когда ребёнок научится легко это делать, используйте два перекрывающихся круга – один круг может быть для треугольников, другой для предметов с дырками, а общая область двух этих кругов будет для треугольников с дырками.

Какой не принадлежит?: Забавное занятие для тренировки свойств - это показать ребёнку небольшой набор предметов и спросить, какой из них не принадлежит. Предложите ребёнку определить какой предмет не похож на остальные, и объяснить почему. Принимайте любые разумные причины; у вашего ребёнка может быть необычная причина.

Например, можно использовать изображения животных. Возможно, только одно из них умеет летать. Возможно, только одно из них имеет две ноги. Это занятие может стать увлекательным и позволит вашему ребёнку проявить творческий подход и новые концепции.



Шаг 8: Одинаковые и Разные

Сравнение: Помогите вашему ребёнку лучше понять свойства, сравнения и сопоставляя их.

Примеры: Например, расскажите о росте или возрасте ребёнка и взрослого— один младше, другой старше, один niskий, а другой выше. Или о птице и собаке – одна умеет летать и у неё есть перья, а другая имеет мех, но летать не может.

Одинаковые и разные: Превратите это в игру – покажите ребёнку два предмета и спросите, чем они похожи, а чем разные. Будьте готовы к неожиданным идеям и включайте глупые предложения с более серьёзными.

Больше примеров: Если вы дадите ребёнку ложку и вилку, он может сказать много разных вещей. Они одинаковые, потому что вы едите обеими. Они также одинаковые, потому что вы держите их обе, они примерно одинакового размера или сделаны из одинакового материала. Они отличаются, потому что одна гладкая и слегка круглая, а другая заострённая.

Шаг 9: Закономерности

Закономерности повсюду! Распознавание, описание и создание закономерности - это основа игры с математикой.



Вот некоторые характеристики, которые можно использовать по отдельности или смешивать для создания закономерностей:

- Закономерности движений: шаги, прыжки, взмахи руками, кивание
- Звуковые закономерности: хлопать, хлопать по коленам, цоканье языком, топание
- Закономерности громкости: тихо, средняя, громко
- Визуальные закономерности: цвет, форма, размер

Обнаружить закономерности: Бросьте друг другу вызов, чтобы найти повторяющиеся закономерности, где бы вы не находились. Вы можете заметить повторяющуюся плитку на полу, стене, или потолке. Кирпичная кладка здания может создавать интересный узор. Растения могут быть высажены в поле в упорядоченном порядке. Боковая поверхность ананаса или сосновой шишки может иметь спиральный узор. Что-то может издавать повторяющиеся звуки.

Игра: повторяем закономерности: Двое или более участников могут предложить друг другу повторить и расширить закономерности друг друга. Это можно сделать разными способами. Самый простой – один человек создаёт закономерность из звуков или движений, а все остальные повторяют.

Усложните задачу, попросив первого участника добавлять по одному предмету в конце закономерности каждый раз. В качестве альтернативы, каждый участник может взять закономерность, который ему попадётся, и добавить ещё один предмет в конце закономерности.

Секретные рукопожатия или стуки: Используйте идею закономерностей как согласованный способ входа в какое-либо место, например в комнату.

Последовательность рисунков: Для детей постарше можно создавать пазлы, рисуя узоры из фигур. Один человек рисует узор, а затем оставляет пробелы в повторяющиеся последовательности, чтобы другой мог заполнить.

Шаг 10: Основные Фигуры

Мир форм: По мере того, как ваш ребёнок осваивает свойства, перед ним открывается множество возможностей. Например, теперь он может понимать геометрические фигуры и обсуждать их!

Подсчёт сторон: Развлечения треугольника, квадрата, прямоугольника, шестиугольника, и восьмиугольника потребует понимания «сторон» и умение считать их. Растущее понимание вашего ребёнка о количественных характеристиках сделает этот счёт возможным. Кроме того, по мере того как ваш ребёнок начнёт автоматически определять эти фигуры, это поможет ему углубить понимание количества 3, 4, 6, and 8.

Основные формы: Пока просто используйте базовые формы и развивайте уверенность и беглость в их использование. Конечно, вы всегда можете добавить любые дополнительные формы, например звёзды, которые нравятся вашему ребёнку.

Вот список слов для обозначения плоских фигур:

- Круг
- Треугольник
- Прямоугольник (выглядит как лист бумаги)
- Квадрат (прямоугольник с равными сторонами)
- Шестиугольник (6 сторон)
- Восьмиугольник (8 сторон – знак остановки)

Это список слов которые трёхмерные фигуры:

- Шар (Сфера)
- Цилиндр (Круглая трубка)
- Коробка (Куб)

Используйте руки: Используйте и объясняйте названия этих фигур, когда ваш ребёнок играет с предметами этой формы. Дайте ему возможность увидеть, как они соединяются друг с другом или строятся друг на друге. Помогите ребёнку узнавать эти фигуры, когда вы видите их в окружающем мире.

Этап 2: Я Могу Считать до 5!

Ваш ребёнок освоил счёт до пяти и понимать количественное значение этих чисел. Он также понимает, что предметы обладают различными свойствами, которые можно сравнивать и сопоставлять.

В этом этапе ваш ребёнок научится считать до 10 и начнёт понимать сложение и вычитание небольших чисел. Он также станет гораздо лучше понимать размеры небольших предметов.

- [Шаг 11: Счёт от 1 до 0](#)

Это основа понимания количества и закладывает основу для сложения и вычитания.

- [Шаг 12: Обратный отсчёт до 1 и 0](#)

Это закрепляет понимание последовательности чисел и помогает с вычитанием.

- [Шаг 13: Сравнение размеров](#)

Используйте количество объектов для формирования понимания относительных размеров.

- [Шаг 14: Счёт с начинающим количеством](#)

Счёт с начинающим количеством помогает понять количество, экономить время на счёт и важен для сложения.

- [Шаг 15: Основные формы II](#)

Используйте более сложные геометрические идеи форм.

- [Шаг 16: На один больше и на один меньше](#)

Изучение следующего и предыдущего числа это первые шаги в обучению сложения и вычитания.

- [Шаг 17: Сложение и вычитание на пальцах до 5](#)

Небольшие суммы до 5 можно эффективно обрабатывать одной рукой.

- [Шаг 18: Сложение и вычитание на пальцах до 10](#)

Использование пальцев вашего ребёнка - это эффективный способ сложения и вычитания в пределах 10.

- [Шаг 19: Пропустить счёт по 2](#)

Это весёлые и быстрый способ посчитать количество предметов.

- [Шаг 20: Подсчёт групп](#)

Изучить различные способы подсчёта групп предметов.

Шаг 11: Счёт от 1 до 0

Считайте всё: Ваш ребёнок уже умеет считать до 5. Теперь вы помогаете ему закрепить этот навык и расширить его на более крупные числа. Считайте предметы перед ребёнком, а также считайте вместе с ним, когда он этого захочет. Счёт - это основа понимания количества. Он также закладывает основу для сложения вычитания.

Столько всего можно посчитать. Считайте стулья, шаги, чтобы пройти небольшое расстояние, еду, людей в очереди, людей в группе, мебель вокруг стола или в комнате, руки, ноги и бог знает что ещё. Когда вы ловите себя на мысли, что считаете что-то в уме, посчитайте это вместе с ребёнком, и обязательно иногда начинайте с 0.

Понимание количество: Взрослому совершенно очевидно, что если считать несколько предметов, например четыре камешка, то при счёте «1, 2, 3, 4,» последнее число, которое вы называете, будет обозначать количество предметов. Ваш ребёнок учится нескольким вещам. Он приобретает понимание количества. Он усваивает, что при счёте устанавливается соответствие между предметами и числами. Он усваивает, что не важно, в каком порядке считать предметы. И наконец, он усваивает правило «последнее число - это количество». Взрослые воспринимают это как должное, но для ребёнка - это очень важный урок. Будьте терпеливы и помните что спешка не к месту.

Ошибки: Существует множество ошибок, которые ребёнок может допускать при счёте. Он может пропускать отдельные цифры или пропускать некоторые из них. Или он может путаться в соответствии 1 к 1 при пересчёте нескольких предметов. Со временем ребёнок разберётся во всём этом. Пока же, если ребёнок ошибается, просто правильно пересчитайте предметы перед ним и переходите в чему-то другому

Понимание цифр: Не торопите ребёнка повторять цифры от 1 до 10, иначе он не сможет понять, о чём говорит. Уделите этому время и закрепите связь каждой цифры соответствующую ей количеством.

Чтение чисел: Конечно, вы можете начать знакомить ребёнка с чтением цифр, когда захотите. Однако не позволяйте чтению ограничивать счёт. Обучение чтению цифр обычно занимает больше времени, чем обучение их произношению и пониманию количества.

Шаг 12: Обратный Отсчёт до 1 и 0

Это помогает со смыслом: Обратный счёт удивительно эффективен для закрепления понимания последовательности чисел. Многие совсем маленькие дети научившиеся считать от 1 до 10, испытывают трудности, когда впервые пытаются посчитать от 10 до 1. Этот счёт в обратном порядке заставляет их по-новому взглянуть на порядок чисел. Это особенно актуально, когда ваш ребёнок начинает считать до 100 и задумывается о том что происходит при переходе от одного десятилетия к другому, например от 69 к 70.

Это помогает с вычитанием: Обратный счёт также очень полезен для обучения вычитанию. Ребёнок, умеющий считать, очень быстро научится вычитать 1 и 2. Также полезно, если обратный счёт станет автоматическим, чтобы он мог полностью сосредоточиться на отчёте трёх шагов, например, при выполнении действия $9 - 3$.

Используйте, когда это естественно: Во многих случаях обратный отсчёт - это естественное занятие. Если на таймере осталась 10 секунд, вы можете рассчитывать время вместе со счётчиком. Если вы говорите, что что-то можно сделать ещё три раза, вы можете рассчитывать время вместе с тремя.

Включайте 0: Обычно естественно включать 0 в обратный отсчёт, и это полезно. Если вы рассчитываете оставшееся время, когда дойдёте до 0, у вас останется 0 секунд. Если вы рассчитываете, сколько кусочков еды может съесть ваш ребёнок, когда дойдёте до 0, еды не останется. Полезно сделать 0 нормальным и ожидаемым количеством, с которым можно работать.

Шаг 13: Сравнение Размеров

Это требует время: Все эти начальные понятия и навыки требуют от вашего ребёнка много времени на освоение и сравнение величин, и понимание их размера – не исключение. Создавайте множество разнообразных ситуаций, которые позволят вашему ребёнку потрогать, почувствовать и непосредственно оценить размеры величин и сравнить их.

Выстраивайте их: Один из простых способов сравнить размеры двух количеств - это выстроить их в ряд в соответствии 1 к 1. Например, если вы играете в карточную игру и хотите узнать, кто выиграл, вы можете выстроить карты двух игроков в ряд и посмотреть, в каком ряду лишние карты.

Распространённое недоразумение: Имейте в виду, что маленький ребёнок может подумать, что две короткие палочки это тоже самое что и одна длинная. Это вполне понятно, но часто взрослый имел в виду совсем другое.

Дайте выбор: Предложите ребёнку ситуации, в которых он сможет выбирать между двумя группами одинаковых вещей, которые ему действительно нравятся. Когда он выберет большую группу, подкрепите это, сказав что в выбранной группе вещей было больше, чем в другой.

Игры: Вы можете начать играть в простые карточные игры, например в «Война.» Используйте точки на карточках чтобы ребёнок мог сравнивать величины. Ещё одна хорошая игра для практики это «Я задумал число,» в которой есть ряд карточек с числами, под одной из которых что-то спрятано.

Числовые линии: Числовые линии - это отличный наглядный пример того, какие числа меньше (те которые слева), и какие больше (те которые справа). Полезно знакомить ребёнка с этим с раннего возраста, но имейте в виду, что и сами цифры, и их расположение в линии довольно абстрактные понятия, поэтому потребуется некоторое время, прежде чем он поймёт что происходит на этой картинке с числами.

Шаг 14: Счёт с Начинаящим Количеством

Удивительно мощный: Техника под названием счёт с начинающим количеством простая и удивительно полезная идея. Когда ребёнок привыкнет воспринимать группу предметов как количество, начните проводить счёт перед ним, чтобы помочь ему усвоить это понятие.

Пример: Предложим, у вашего ребёнка есть один ряд из 3 карточек и другой ряд из 4 карточек. Он может пересчитать все карточки по одной «1, 2, 3, 4, 5, 6, 7» и увидеть что всего 7 карточки. Однако, если ребёнок понимает что в одном ряду три карточки, ему не нужно их считать. Он может начать счёт с 3, указывая на три карточки в первом ряду, а затем пересчитать карточки во втором ряду «4, 5, 6, 7.» Ваш ребёнок начинает счёт с 3, отсюда и название игры.

Понимание количества: Умение считать с начинающим количеством экономит время и силы. Это также сигнализирует о том, что ваш ребёнок уверенно видит количество, связанное с группой предметов, и может работать с ними в группе. Это большой концептуальный скачок, который очень пригодится ему в будущем во всех упражнениях с сложением, вычитанием, умножением и делением.

Соединение с дополнением: Начальное сложение тесно связано с счётом. Если дать ребёнку карточки с тремя точками и другую карточку с четырьмя точками, он будет считать эти два числа от 1 до 7. Быстрее и эффективнее складывать 3 и 4, начиная с 3 или 4 и продолжая счёт, используя другое число. В следующих уроках вы увидите, как это делать с помощью пальцев.

Шаг 15: Основные Формы II

Углубляем исследования: Постепенно развивающиеся навыки вашего ребёнка в изучении фигур, счёте и описаниях позволят вам включать в изучение более подробные и сложные аспекты фигур. Давайте ребёнку как можно больше практических занятий. Пусть ваш ребёнок складывает детали, кладёт предметы друг на друга, вкладывает предметы внутрь других предметов, и изучает как формы складываются во всех окружающих его предметах. По мере того, как ребёнок изучает эти предметы, называйте и обсуждайте фигуры, задавая о них множество вопросов.

Слова форм: Может показаться, что нужно выучить много слов. Однако, если вы привыкнете знакомить ребёнка с этими словами, он будет их медленно, но верно усваивать

Это список плоских фигур:

- Параллельные линии (железнодорожные пути, две линии в одном направлении, которые не пересекаются)
- Прямой угол (угол, найденный в углу листа бумаги)
- Круг
- Треугольник
- Прямоугольник (выглядит как лист бумаги, у него четыре прямых угла)
- Квадрат (прямоугольник с равными сторонами)
- Параллелограмм (противоположные стороны параллельны)
- Ромб (имеет четыре равные стороны)
- Трапеция (одна пара параллельных сторон)
- Пятиугольник (5 сторон)
- Шестиугольник (6 sides)
- Восьмиугольник (8 сторон, знак остановки)

Это список трёхмерных фигур:

- Сфера (Шар)
- Цилиндр (Круглая трубка)
- Коробка (Куб)
- Пирамида (с треугольником или квадратом в основании)

Симметрии: У многих фигур одна сторона в отражении выглядит как другая. Это называется зеркальной симметрией. Внешняя форма человеческого тела зеркально-симметрична.

Плитки: Покажите ребёнку узоры плитки. Во многих зданиях узоры плитки присутствуют на полу, стенах и потолках. Кирпичные стены часто украшены интересными узорами, образованными кирпичами. Эти узоры часто зеркально симметричны.

Шаг 16: На Один Больше и на Один Меньше

Важнее чем кажутся: Возникает соблазн считать эти идеи незначительными, почти тривиальными шагами. Однако идея на один больше и на один меньше это ранние и важные шаги в сложении и вычитание.

Счёт вверх и вниз: При счёте вверх и вниз понятие на один больше и на один меньше тесно связаны с понятиями следующего и предыдущего числа. Упражнение на счёт в обоих направлениях помогут вашему ребёнку легче определить, какое число идёт следующим, а какое предыдущим.

Прибавление 1 и отнятие 1: Объедините эти идеи со сложением и вычитанием, задавая такие вопросы: «Сколько у тебя теперь камешков? Если я добавлю ещё 1, сколько у тебя останется? Если я уберу 1 камешек, чтобы у тебя стало на 1 меньше, сколько у тебя останется?» Это очень простые и естественные вопросы, которые можно вписать в повседневные разговоры, и ваш ребёнок может говорить о них, даже не задумываясь что он складывает и вычитает.

Если у вас есть 3 предмета, а у вашего ребёнка 4, обсудите различные варианты. Получили бы вы столько же если бы у вас было на один предмет больше? Получили бы вы столько же, если бы у вашего ребёнка на один предмет меньше. Играйте с этой идеей. Если у вас 3 и 5, можно обсудить, что вы дважды получаете на один предмет больше или что один из вас получает на один предмет больше, а другой на один меньше.

Расширить с 1 до 2: Когда ваш ребёнок будет готов, Объясните ему что происходит, когда на два больше или на два меньше. Спешить никуда, поэтому сначала убедитесь что ваш ребёнок усвоил понятие на один больше и на один меньше.

Игры: С этим простым арифметическим приёмом вы можете начать играть в игры на сложение и вычитание. Самая простая – это игра Ним с 1 и 2, используя либо сложение, либо вычитание. Другие игры – Убирайся из моего дома и В пределах 1 или 2.

Шаг 17: Сложение и Вычитание на Пальцах до 5

Добавление путём подсчёта: Ваш ребёнок долгое время решал примеры на сложение, используя счёт. Если ему предлагалось прибавить два к трём, он считал все пять. По мере освоения счёта с начальным числом, часть счёта заменялась: он начинал с одного из чисел, например 3 в этом примере, а затем пересчитывал оставшиеся два. Этот опыт счёта также позволил ребёнку визуализировать и усвоить понятие на 1 или на 2, что значительно упростило сложение 1 и 2.

Используя пальцы: Детям этого возраста будет очень полезно иметь подручные предметы для сложения. Это помогает закрепить их понимание чисел с точки зрения количества. Конечно, подручный предмет, который всегда доступен им, это их пальцы. Выполняя наш пример сложения двух и трёх, они могут поднять два пальца на одной руке, три пальца на другой руке и свести обе руки вместе. Другой способ поднять два пальца на одной руке, поднять ещё три пальца на той же руке, и затем увидит, как в общей сложности поднято пять пальцев.

Добавляйте 0 иногда: Иногда добавляйте 0. Это легко сделать, и это важно для вашего ребёнка с точки зрения концепции

Вычитание до 5: Идеи, лежащие в основе вычитания, аналогичны принципам сложения. Если ваш ребёнок собирается вычесть три из пяти, попросите его поднять пять пальцев, а затем опустить три из них. Знакомства с числами на один меньше и на два меньше позволит ему легко вычитать один и два.

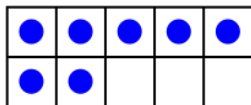
Вычитите 0 и всё остальное иногда: Добавьте вопросы, где иногда нужно вычесть ноль. Также добавьте вопросы, где нужно вычитать всё. Например, если у вас есть три кусочка еды, и вы их все съедаете, сколько у вас останется?

Запоминать: По мере того, как вы просите ребёнка решать различные примеры на сложение и вычитание, он будет всё лучше знакомиться с ними и в конечном итоге запомнит их. Хотя желательно, чтобы со временем ребёнок дошёл до запоминания этих фактов до автоматизма и лёгкости, спешить некуда.

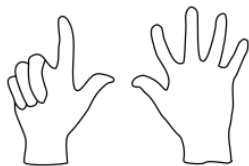
Другие математические факты: В это время знакомство вашего ребёнка со сложением не будет ограничиваться числами, сумма которых равна 5 или меньше, и это нормально. Например, ваш ребёнок вероятно научится прибавлять 1 или 2 ко всем числам до 10. Возможно, Он также начал изучать примеры сложения близнецов, например $3 + 3$ или $4 + 4$.

Шаг 18: Сложение и Вычитание на Пальцах до 10

Пальцы и количество: Использование пальцев вашего ребёнка - это эффективный способ сложения и вычитания в пределах 10, который поможет ему стать увереннее и лучше понимать эти действия с точки зрения количества. Основное внимание на этом этапе уделяется простому использованию пальцев для решения примеров на сложение и вычитание, где наибольшее число равно десяти или меньше.



Десять рамок: Рамка из 10 представляет собой сетку размером 2 на 5 клеток. Они обычно заполняются слева направо, начиная с верхнего ряда. Она полезна для знакомства с числами до 10, а также для изучения пар чисел, сумма которых равна 10: сумма заполненных и незаполненных клеток всегда равна 10.



Флеш цифры: Забавное занятие для ребёнка - это показывать ему на руках частично заполненную рамку с цифрой 10 или группу пальцев, а затем попросите его быстро определить количество предметов. Если у вас пять или более пальцев, положите пять из них на одну руку так, чтобы обе руки выглядели как рамка с цифрой 10. Это упражнение также закладывает основу для более лёгкого использования чисел на двух руках для сложения и вычитания.

Сложение на пальцах до 10: Если оба числа равны пяти или меньше, вытяните соответствующее количество пальцев на обеих руках и посчитайте их. В качестве альтернатива, вытяните количество пальцев, соответствующее одному из чисел, а затем посчитайте столько же пальцев, соответствующее другому числу. В результате общее количество показанных пальцев будет равно сумме.

Вычитание на пальцах до 10: Вычитание из чисел, кратных 10 или меньше, выполняется следующим образом: вытяните столько же пальцев, сколько соответствует вычитаемому числу. Затем вытягивайте по одному пальцу, считая вычитаемое число. Полученное количество пальцев и есть ответ.

Шаг 19: Пропустить Счёт по 2

Это быстро и весело: Покажите ребёнку что это увлекательный способ счёта который идёт гораздо быстрее, чем счёт по 1. Если вы сначала разделите предметы на пары, а затем пересчитайте их по 2, вы закрепите понимание того, что парные предметы делятся на пары.

Начинаем с счётом с пропусками: Познакомьте ребёнка с двумя методом счёта с пропусками. Один из них - это поочереди считать с ребёнком до какого-нибудь числа, чередуя числа – Один из вас будет считать вслух, начиная с 0, а другой с 1. После небольшой практики один из вас молчит, а другой считает, как и раньше, называя каждую вторую цифру.

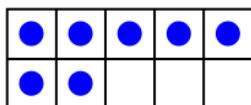
Другой способ приучить ребёнка считать пропусками это сначала считать до какого-нибудь числа обычным способом. Затем повторите этот счёт, тихо проговаривая каждую вторую цифру. Продолжайте это упражнение до тех пор, пока он не перестанет произносить эти тихо проговариваемые цифры.

Начинайте с цифр, отличных от 0: Возникает соблазн всегда начать с 0. Однако, если вы начнёте с других чисел, например с 1, вы поможете своему ребёнку освоить навыки сложения, а также умножение и деление.

Пропускать счёт вниз: Пропуск счёта в обратном порядке помогает развивать навыки вычитания и деления.

Шаг 20: Подсчёт Групп

Вариации: Счёт с пропусками один из способов сделать счёт группы предметов более интересным, но зачастую существует множество других способов. Покажите ребёнку, что он может использовать воображение, чтобы исследовать множество других интересных способов подсчёта предметов на картинке.



10 рамок: 10 рамок - это простой пример различных способов счёта. Предположим, у вас семь точек, как обычно, в десятирамке. Это можно посчитать как 5 плюс 2. Можно считать по 2 слева направо до 4, а затем добавить 3 точки. Или, если вы видите 3 пустых квадрата, это можно посчитать как 10 минус 3.

Будьте игривы: Играйте со всеми разными способами счёта, которые вы и ваш ребёнок можете использовать. Знакомства с разными способами получения ответа откроет вашему ребёнку глаза на то, что математика - это исследование и игра, а не нахождение ответа каким-то предпочтительным способом. Все эти различные способы счёта также помогут вашему ребёнку глубже понять количество.

Аддитивные подходы: Один из способов посчитать количество объектов в группе это сложить разные её части. Именно это мы сделали в этом примере с десяти рамок, когда прибавляли 5 из верхнего ряда к 2 из нижнего.

Счёт с пропусками: Вы можете заметить повторяющиеся закономерность при сложении части группы. Именно это и произошло, когда мы начали с пропуска двух двоек в левой части.

Вычитание: Другой распространённый приём это вычитание недостающего из того, что иначе было бы целой коллекцией. Именно это мы и сделали, когда вычитали 3 из 10 в этом примере.

Этап 3: Я умею считать до 10!

Ваш ребёнок научился считать до десяти, и эти числа и количество теперь стали для него более осмысленными. Теперь он гораздо лучше складывает и вычитает небольшие числа.

Это этап расширяет счёт до 20, и ребёнок может складывать и вычитать всё больше чисел. Также здесь представлены начальные этапы умножения и деления. Наконец, развивающиеся аналитические способности и взросления ребёнка требуют обсуждения идей для ранних стратегических игр.

- [Шаг 21: Сложение в Уме Путём Подсчёта](#)

Сложение путём подсчёта чисел, начиная с одного из них, является важным шагом в обучении сложению.

- [Шаг 22: Умственное Вычитание – Отнять](#)

Вычитание путём отнимания и обратного отсчёта является важным шагом в обучении вычитанию.

- [Шаг 23: Вычитание в Уме – Разница](#)

Другой способ вычитания - это найти разницу между двумя числами, подсчитывая их.

- [Шаг 24: Числовые Связи](#)

Числовые связи закрепляют понятие части и целого, а также семейства фактов для сложения и вычитания.

- [Шаг 25: Место Значение](#)

Познакомьте ребёнка с ролью числа 10 в числах до 20.

- [Шаг 26: Семьи Фактов](#)

Факты $2 + 3 = 5$, $3 + 2 = 5$, $5 - 2 = 3$, и $5 - 3 = 2$ связаны между собой. Знание этого укрепляет понимание каждого факта.

- [Шаг 27: Добавление Чисел Близнецов и Почти Близнецов](#)

Большинство детей легко учатся складывать чисел близнецов. Это закладывает основу для удвоения.

- [Шаг 28: Умножить и Разделить на 2](#)

Это начало многих концепций – удвоение, умножение на 2, деление пополам, деление на 2 и равное распределение.

- [Шаг 29: Счёт с Пропусками 2 II](#)

Продолжайте развивать умение считать по два, двигаясь вверх и вниз и начиная с любого числа.

- [Шаг 30: Стратегические Игры I](#)

Эти игры естественным образом мотивирует детей к решению проблем.

Шаг 21: Сложение в Уме Путём Подсчёта

Постепенное изменение: По мере того, как ваш ребёнок освоит простые примеры на сложение и вычитание, постепенно переходите к выполнению большего количества вычислений в уме. Не спешите запоминать. Время, потраченное на вычисление, основанные на понимании взаимосвязи между числами, окупятся сторицей, поскольку он будет гораздо лучше чувствовать и понимать числа. Если ваш ребёнок освоит эти знания, многократно повторяя упражнение с карточками, вы упустите эту важную возможность.

Считать от определённого числа: Используйте $6 + 3$ в качестве примера счёта от определённого числа.

Сначала ваш ребёнок захочет сделать это пальцами, и это нормально. Скажите «6» сожмите кулак, чтобы обозначить 0. Затем посчитайте «7, 8, 9» поднимая один палец на каждую цифру. Остановитесь на 9, когда будут подняты три пальца.

Со временем необходимость в использовании пальцев при решении простых задач на сложение отпадёт. Ваш ребёнок начнёт мысленно видеть изменения числа 3 при переходе от 6 к 9, и ему больше не придётся использовать пальцы – точно так же, как ему больше не нужны пальцы при сложении 1 или 2.

Начните с большего числа: С опытом ваш ребёнок начнёт понимать, что начинать с большего из двух чисел проще и быстрее. Например, проще решить что $3 + 6$ как 6 с добавлением 3 чем как 3 с добавлением 6. Частью этого выбора является понимание того, что результат $3 + 6$ и $6 + 3$ одинаковы. Это важное наблюдение означает, что ему придётся выучить примерно вдвое меньше примеров сложения!

Шаг 22: Умственное Вычитание – Отнять

Два вида вычитания: Существует две модели вычитания, и обе важны. Первое - это вычитание. Если вас спросят вычесть 3 из 9, вы вероятно подумаете об этом как о вычитании или удалении 3 из них. Вторая модель - это разность. Разность между двумя числами это расстояние между ними. Если вас спросят вычесть 7 из 9, вы вероятно будете искать насколько они друг от друга удалены, какова их разница.

Оба понимания и вычитания необходимые и полезные. При устном счёте возможность выбора между вычитанием и разностью может существенно упростить вычисления. Также, некоторые примеры проще понимать как примеры на вычитание или разность.

Обратный отсчёт: Обратный отсчёт это естественный способ вычитания. Используйте 9 - 3 как пример вычитания с помощью обратного счёта.

Как и при сложении, ваш ребёнок может сначала захотеть сделать это пальцами и это нормально. Скажите «9» сожмите кулак, чтобы обозначить 0. Затем посчитайте «8, 7, 6» поднимая один палец на каждую цифру. Остановитесь на 6, когда будут подняты три пальца.

Со временем использование пальцев при решении простых задач на вычитание станет менее необходимым. Ваш ребёнок начнёт мысленно видеть изменения числа 3 при переходе от 9 к 6, и ему больше не придётся использовать пальцы – так же, как ему больше не нужны пальцы при вычитании 1 или 2.

Вычитание от 1 до 4: Со временем ваш ребёнок научится быстро вычитать числа от 1 до 4, используя этот подход. Не торопитесь и убедитесь, что всем нравится этот процесс.

Шаг 23: Вычитание в Уме – Разница

Расстояние или размер зазора: Если вам предлагают найти разность между двумя числами, вы решаете задачу на вычитание. Нахождение разности подразумевает нахождение расстояния между числами, его можно вычислить, спросив какое число нужно прибавить, чтобы сократить расстояние между ними.

Считать от определённого числа: Используйте в качестве примера нахождение разницы между 9 и 6. Подсчитайте это, отслеживая сколько цифр вы используете когда считаете от 6 до 9. Как и в случае с инструкциями по сложению на предыдущем этапе обучения, это можно делать как с пальцами, или без них. Если ваш ребёнок практиковался в сложении, он вероятно очень быстро сможет посчитать «7, 8, 9» и увидеть что промежуток равен 3.

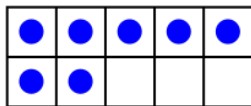
Вычитание и сложение: Используйте счёт от определённого числа для нахождения разности это отличный способ увидеть связь между сложением и вычитанием. Когда мы начинали с 6, чтобы сложить $6 + 3$, мы хотели найти результат считая от определённого числа три раза. Когда мы начинали с 6, чтобы найти $9 - 6$, мы знали результат 9 и хотели узнать, сколько нужно прибавить к 6, чтобы получить этот результат.

Различие от 1 до 4: С практикой ваш ребёнок будет увеличивать скорость, используя этот подход для нахождения различия размеров от 1 до 4. Не торопитесь и убедитесь, что всем нравится этот процесс.

Шаг 24: Числовые Связи

Части целое: Представление о целом, как о состоящем из частей, важный этап развития ребёнка. Числовые связи для числа, например 6 - это все способы составления пар двух чисел, дающих в сумме 6. Это все способы деления целого числа 6 на две части. Это закрепляет понимание связей между сложением и вычитанием, образующими группы фактов – тема, которая будет рассмотрена на следующем этапе обучения.

Чего не хватает?: Давайте продолжим использовать числовые связи для числа 6 в качестве нашего примера. Числовые связи для числа 6 таковы: $0 + 6$, $1 + 5$, $2 + 4$, и $3 + 3$. Ребёнок, который это изучил, без труда ответят на вопрос: «Сколько мне нужно прибавить к 2, чтобы получить 6?» Они будут знать что $2+4$ это числовая связь 6, поэтому 4 – это недостающая часть числа 6.



Десять рамок: Свободное владение числовыми связями для всех чисел до 12 очень полезно для выполнения сложения и вычитания. Наиболее часто встречаются числовые связи для 10. Рамка из десяти предназначена для наглядного представления числовых связей для 10. Рамка из десяти с 7 точками в ней наглядно демонстрирует, что $7+3$ это числовая связь для 10.

Игры и головоломки: Существуют довольно много игр и головоломок, в которых задействованы числовые связи. Сум групп - это головоломка, разработанная для тренировки числовых связей. Многие игры такие как «Запомни», или «Иди рыбачить», имеют версии использующие целевые суммы и тем самым тренирующие числовые связи.

Шаг 25: Место Значение

Значение чисел от 10 до 20: Поначалу числа выше 9 можно воспринимать просто как следующие по порядку. В этом нет ничего плохого, и такая точка зрения будет прекрасно работать ещё долгое время. Со временем, когда на горизонте появятся числа вплоть до 100, настанет время познакомить ребёнка с ролью числа 10 в числах от 10 до 20.

Сложение и вычитание 10: Начните это введение, помогая вашему ребёнку научиться прибавлять 10 к однозначным числам и вычитать 10 из двузначных чисел от 10 до 20.

Практика с физическими величинами: Найдите что-нибудь чего у вас много – например камешки, палочки, или зубочистки. Возьмём в качестве примера 3 и 13. Если вы разложите 13 предметов на плоской поверхности, вы можете разделить их на группы по 10 и по 3. Это доказывает что $3 + 10 = 13$ а также что $13 - 10 = 3$.

Цифры: Если ваш ребёнок готов использовать цифры, запишите $13 = 10 + 3$ и $13 - 10 = 3$, как вы только что продемонстрировали. Когда мы записываем двузначное число, например 13, разряд слева - это разряд десятков, а разряд справа - это разряд единиц. Тогда разряд десятков показывает, сколько в нём десятков, а разряд единиц сколько в нём единиц. Число 13 состоит из одного десятка и трёх единиц, поэтому $13 = 10 + 3$. Другой пример: число 20 состоит из двух десятков и ноль единиц.

Это занимает время: Разложение числа на десятки и единицы, особенно в символическом виде когда речь идёт о написании цифр, это важный концептуальный шаг, и будьте готовы к тому что он потребует множество демонстраций, объяснение, и времени. Как и многие другие основополагающие элементы, ваш ребёнок со временем усвоит это, и вам спешить некуда.

Шаг 26: Семьи Фактов

Семья из фактов: Факты на сложение и вычитание легко группируются в тесно связанные между собой факты. Возьмём к примеру такую группу фактов: $2 + 3 = 5$, $3 + 2 = 5$, $5 - 3 = 2$, и $5 - 2 = 3$. На рисунке ниже показано, как они взаимосвязаны.

Используйте такую картинку с ребёнком. На ней изображена группа из 3 точек, другая из 2 точек, и всего получается 5 точек. Вы можете складывать группы точек в любом порядке, как $3 + 2$ или $2 + 3$ – и получить тот же результат. Если взять 5 точек и закрыть одну группу, например группу из 2 точек, то станет понятно почему $5 - 2 = 3$.



Сложение и вычитание связаны: Семейство фактов и соответствующие им изображение наглядно демонстрирует, насколько тесно связаны сложение и вычитание. Важной особенностью их взаимосвязей является то, что они взаимно отменяют друг друга. Если начать с 3, прибавить 2, а затем вычесть 2, то мы вернёмся к исходной 3. Аналогично, если начать с 5, вычесть 2, а затем прибавить 2, то мы вернёмся к исходной 5.

Порядок сложения не имеет значения: Ещё один важный момент, который следует подчеркнуть в примерах с примерами фактов, это то что они показывают что порядок сложения не влияет на результат. Например, если вашему ребёнку предлагает сделать $4 + 8$, а он предпочитает $8 + 4$ он может это сделать.

Шаг 27: Добавление Близнецов и Почти Близнецов

Они нравятся детям: Сложение близнецов - это когда число складывается само собой, например $3 + 3$. Детям обычно нравится складывать Близнецов, поэтому они учатся этому с удовольствием и легкостью. Сумма - это также те числа, которые получаются, если пропускать счёт по 2, что помогает закрепить навыки сложения.

Основа для удвоения: Умение складывать близнецов быстро приводит к умению удваивать. Предположим, вы просите ребёнка удвоить 3. Он знает, что удвоение чего-либо означает использование числа два раза. Таким образом, удвоение 3 означает 3 плюс 3, что равно 6.

Близкие близнецы: Пара чисел считается почти близнецом, если они отличаются друг от друга на единицу, например, $3 + 4$. Как только ваш ребёнок научится складывать Близнецов, следующим простым шагом станет сложение почти близнецов. Представьте себе $3 + 4$ как $3 + 3 + 1$, то есть на один больше, чем $3 + 3$. Таким образом, $3 + 4 = 6 + 1 = 7$. В качестве альтернативы, представьте себе $3 + 4$ как $(4 - 1) + 3$, что на один меньше, чем $4 + 4$. Таким образом, $3 + 4 = 8 - 1 = 7$. Позвольте ребёнку выбрать любой удобный ему способ для каждого почти близнеца или попробуйте оба способа.

Этот метод использования знакомого математического факта для вычисления тесно связанного с ним математического факта очень эффективен. Он поможет в изучении многих математических фактов в последующие месяцы. Не торопитесь и убедитесь, что ваш ребёнок полностью понимает, как это работает. Чтобы объяснить, покажите, как 3 или 4 объекта можно разделить на три объекта, 3 объекта и ещё один – способность видеть и трогать предметы в этом возрасте очень важно.

Шаг 28: Умножить и Разделить на 2

Связанные концепции: На предыдущем этапе обучения мы обсуждали удвоение. Оно связано с удивительным количеством смежных концепций, как вы скоро увидите

Умножение на 2: Умножение на 2 - это то же самое что и удвоение. Однако здесь используются новые интересные слова, к которым вашему ребёнку нужно будет привыкнуть. Когда вы впервые знакомите ребёнка с фразой «умножение на два», обязательно время от времени добавляйте слово «удвоение», чтобы облегчить переход. Ваш ребёнок будет привыкать к новому слову «умножение.»

Половина чего-то: Когда что-то удваивается, например, 3 удвоенно равно 6, можно взять половину результата и получить исходное число. Например, представьте себе, что число 3 удвоено, как два ряда по 3 предмета. Тогда взятие половины из этих двух совпавших рядов равносильно взятию одного из рядов, состоящего из 3 предмета.

Равное распределение: Когда речь идёт о взятии половины чего-либо, это можно совместить с идеей разделения этого поровну между двумя людьми. Если два человека получают равные доли, каждый из них получит одинаковые, и это будет половина от первоначальной суммы.

Деление на 2: Если ваш ребёнок освоил все понятия на этом этапе обучения, значит он готов поговорить о делении! Вы можете начать говорить о делении поровну, о делении пополам, или о делении на два. Смешивайте эти фразы с ребёнком – ему потребуется время, чтобы усвоить новую лексику. Что касается математики, он уже освоил все эти понятия!

Конкретные примеры: Практикуйтесь много с каждой из этих новых идей и слов, используя группы предметов. Пусть понимание вашего ребёнка будет конкретным, а не просто абстрактным. Любое время, когда есть с чем поделиться с двумя людьми, идеально подходит для практики. Конечно, вы можете начать делиться с более чем двумя людьми, если хотите.

Начало умножения и деления: Как вы видели, это отправная точка умножения и деления. Появляется одна-две новые идеи и много новых слов. Радостно видеть, как ваш ребёнок осваивает этот новый мир!

Шаг 29: Счёт с Пропусками 2 II

Новые связи: Ваш ребёнок начал счёт по 2 на 2-ом этапе. Его счёт с пропусками становится всё выше и быстрее, и он также связан с новыми понятиями, такими как умножение и чётные и нечётные числа.

Умножение на 2: Например, умножение на 2 означает взятие указанного количества 2. Предположим, ваш ребёнок вычисляет 5 умножить на 2. Это означает, что 2 нужно сложить самим собой 5 раз, что и получится у вашего ребёнка, если он пропустит счёт по 2 5 раз, начиная с 0. Конечно, он также может вычислить это количество, удвоив число, в данном случае 5.

Начните где угодно считайте в прямом и обратном порядке: Важно продолжать практиковать счёт по два, начиная с любого места и двигаться в прямом и обратном порядке. Это практика окажется удивительно полезной для сложения, вычитания, умножения, и деления. Привыкайте делать это упражнение каждый раз, когда вам нужно посчитать довольно большую сумму предметов.

Чётные и нечётные числа: Чётное число - это число которое можно разделить пополам поровну. Это число, которое два человека могут разделить поровну, не оставив остатка. Нечётные число - это число, которое невозможно разделить поровну. Чётные числа - это числа, которые получаются при пропуске счёта по 2, начиная с 0. Нечётные числа - это числа, которые получаются при пропуске счёта по два, начиная с 1.

Пропускать счёт с другими числами: Если хотите, сейчас самое время начать счёт с пропусками с другими числами. Счёт с пропусками по 10, 11, и 5 это хорошее начало.

Шаг 30: Стратегические Игры I

Стадия развития: Стратегические игры - это игры, где у игроков есть выбор, приводящий к лучшим или к худшим результатам. Эти игры могут много предложить детям. В частности, они естественным образом мотивируют детей к решению задачи. Однако сложность заключается в том, что они требуют соблюдения правил и готовности участвовать в организационной игре. Если ваш ребёнок ещё не готов к такой игровой среде, проявите терпение и дайте ему достичь той стадии развития, когда он будет к этому готов. Времени достаточно.

Будьте терпеливы: Когда дети впервые готовы играть в организованные игры и знакомятся с новой игрой, вам вероятно потребуется очень много терпения. Вполне возможно, что в первые десять попыток игры вашему ребёнку понравятся все детали, и он будет делать много вещей, не имеющих к ней никакого отношения. Это процесс. Ребёнку нужно привыкнуть к игре и её деталям, а новизна должна немного утихнуть. Вы поймёте, когда ребёнок будет готов и ваше терпение будет вознаграждено.

Поиграйтесь: Поначалу, ваш ребёнок вероятно не будет по-настоящему понимать разницу между победой и поражением и не будет понимать, что его выбор имеет значение. Это нормально. Вы просто хотите вместе повеселиться. Со временем, по мере того как игра и её варианты выбора станут для него привычнее, ваш ребёнок начнёт понимать, что его выбор имеет значение, и что эти различия его волнуют.

Иногда есть невидимая математика: Стратегические игры не всегда содержат числовые компоненты, но в любом случае они математические. Любая стратегическая игра предлагает множество важных возможностей для обучения, как математических, как и нет. Как уже упоминалось, решение задач занимает важное место в списке навыков, развиваемых этими играми. Также развиваются критическое мышление и логическое общение. Соблюдение правил и очередность действий очень полезно для социально эмоционального развития.

Этап 4: Я могу считать до 20!

На этом этапе ваш ребёнок расширит свои навыки счёта до 100. По мере развития навыков счёта ему необходимо будет прочно усвоить разряды двузначных чисел. Он также освоит все примеры сложения и вычитания однозначных чисел. Это так же увлекательный период, когда ребёнок начинает осваивать умножение на числа от 1 до 5.

- [Шаг 31: Счёт до 100](#)
Считайте в прямом и обратном порядке, чтобы закрепить понимание этих чисел.
- [Шаг 32: Двузначные разрядное значение](#)
Используйте развёрнутую форму, чтобы понять разрядное значение и как сравнивать числа.
- [Шаг 33: Сложение на пальцах](#)
Научитесь сложению на пальцах, используя Простой Способ.
- [Шаг 34: Вычитание на пальцах](#)
Научитесь вычитанию на пальцах, используя Простой Способ.
- [Шаг 35: Компенсация за сложение и вычитание](#)
Компенсация это полезный инструмент для упрощения вычислений сложения и вычитания.
- [Шаг 36: 10 как Средняя Точка](#)
Используйте 10 как среднюю точку для сложения и вычитания.
- [Шаг 37: Счёт с пропусками по 2, 5, 10](#)
Попрактикуйтесь в этом счёте, двигаясь вверх и вниз, начиная с любого места.
- [Шаг 38: Начальное умножение](#)
Аккуратно используйте слово «умножение», чтобы описать удвоение и пропуск счёта.
- [Шаг 39: Умножение 1-5 на 1-5](#)
На этом этапе ваш ребёнок уже знает все примеры умножения от 1 до 5.
- [Шаг 40: Стратегические игры II](#)
Обсудите более глубокие идеи стратегических игр.

Шаг 31: Счёт до 100

10: Когда счёт вашего ребёнка повышается от 20 до 100, трудным моментом становятся изменения в разряде 10. Именно этому следует уделять особое внимание и практики. Как только ваш ребёнок усвоит последовательность десятков, ему обычно будет очень легко вписывать изменения в единицу. Например, он быстро научится считать: «70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79.»

Счёт с пропусками по 10: Когда ваш ребёнок застревает при счёте от 1 до 100, обычно он находится на переходе к десяткам. Типичные вопросы, которые помогут ребёнку выйти из затруднения: «Что идёт после 60?» или «Что идёт до 50?». Потренируйтесь в счёте по 10, чтобы справиться с этим. Если ваш ребёнок может воспроизвести десятки от 0 до 100 в прямом и обратном порядке, то он будет готов ответить на вопросы о том, какие десятки идут после или перед ними.

Используйте объекты: Сделайте этот счёт более осмысленным, практикуя его с использованием большой группы мелких предметов, например камешков. Соберите 100 таких предметов и сложите их в большую кучу. По мере того, как ваш ребёнок считает от одного, цените за один предмет с каждым числом и добавляйте его в текущую группу предметов. Каждый раз, когда образуется группа из десяти предметов, складывайте её специальную зону десятков. По мере увеличения числа, в зоне десятков будет всё больше групп десятков. К тому времени, как ваш ребёнок достигнет пятидесятки, должно быть пять групп по десяткам и небольшая группа оставшихся единиц.

Вы также можете поделаться это упражнение в обратном порядке, начав с 10 групп по 10, а затем убираю по одной, пока ваш ребёнок считает от 100.

Считайте в обе стороны: Дети часто быстро автоматически начинают счёт от 1 до 100, но потом испытывают трудности со счётом в обратном направлении. Счёт от 100 до 1 заставляет задумываться о переходах между десятками и помогает лучше понять числа в целом.

100 числовая таблица: Таблица с числами 100 размером 10 на 10, от 1 до 100, или от 1 до 99, поможет вашему ребёнку увидеть закономерность в числах. Она особенно наглядно продемонстрирует, как разряд десятков остаётся неизменённым для десяти чисел, а разряд единиц постоянно меняется.

Шаг 32: Двухзначные Разрядное Значение

Значение числа: Восприятие двухзначного числа как последовательности десятков и единиц имеет решающее значение для понимания и работы с этими числами. Сложение и вычитание двухзначных чисел требует свободного владения понятиями разрядных значений. Развивайте это понимание, используя множество практик с физическими объектами и письменными цифрами.

Пачки десятков: Возьмите что-нибудь из того, чего у вас много, сложите это в большую кучу и разложите некоторые из них в несколько связок по десять предметов. Например, попросите ребёнка собрать из этой большой кучи 23 предмета. Затем попросите его разбить их на группы по десять предметов. Получится две группы по десять предметов и три группы по одному предмету. Посмотрите, что происходит с группами по десять предметов в этих 23 предметах, когда вы добавляете что-то или убираете что-то, всегда следя за тем, чтобы в любой момент времени оставалось не более 9 отдельных предметов.

Расширенная форма: Развёрнутая форма числа записывается как сумма его разрядных частей. Например, 23 записывается как $20 + 3$, а 256 как $200 + 50 + 6$. Потренируйтесь с ребёнком в преобразовании обычного и развёрнутого вида числа в обе стороны. Обратите внимание, что развёрнутая форма числа - это то же самое, что взять столько же элементов, объединить их в группы по десять и оставить единицы.

Подсчёт с помощью деления: Счёт с помощью группы пять делений это естественное занятие, которое нравится людям и тесно связано с разрядом. Если вы считаете 23 предмета с делениями, у вас получится четыре группы по пять и три оставшиеся деления. Эти четыре группы по пять можно преобразовать в 2 группы по 5, что соответствует нашему расширенному виду числа 23.

Счёт с пропусками: Счёт с пропусками это способ развить умственную практику, слагая и вычитая однозначные и двухзначные числа. Хотя это отличный способ практики, он требует некоторых мыслительных действий, к которым не каждый ребёнок готов на данном этапе, так что спешить некуда. Вот два примера. С длительной практикой эти мыслительные действия станут автоматическими.

Пропустите счёт по 8 начиная с 23. Представьте, что 23 это 20 плюс ещё 3. Используя числовые связи для 10, к 3 потребуется ещё 7 чтобы получить группу из 10. Используйте 7 из 8 добавляемых чисел, чтобы 3 плюс 7 образовали ещё одну группу из 10. Таким образом, $23 + 8$ превращается в $20 + 10 + 1$, что равно 31.

Пропускаем счёт по 5 вниз начиная с 23. Разбиваем 5 на 3 и 2. Чтобы вычесть 5, мы сначала отнимаем 3, а затем отнимаем 2. 23 минус 3 даёт нам 20, что мы будем считать как $10 + 10$. Вычитая оставшиеся 2 из одной из этих десятков, даёт нам 8, поэтому наш ответ $10 + 8$, то есть 18.

Шаг 33: Сложение на Пальцах

Сложение на пальцах: Используя этот метод, можно сложить любое однозначное число с любым другим. Ребёнок использует руки, чтобы следить за суммируемым однозначным числом. Для нахождения итоговой суммы используется метод счёта, а также умение ребёнка распознавать количество пальцев.

Пример: Возьмём в качестве примера $8 + 7$. Мы можем начать с любого из этих чисел, но будет быстрее и проще, если начать с большего, в данном случае с 8. Начните с не поднятыми пальцами, и сожмите обе руки в кулаки. Ваш ребёнок будет считать, начиная с 8, и каждый раз когда упоминается новое число, он будет поднимать ещё один палец. Итак, начав с «8» без поднятия пальцев, ребёнок продолжает счёт и говорит «9, 10, 11, 12, 13, 14, 15» поднимая каждый раз по одному пальцу. Ваш ребёнок остановится на 15, потому что он осознает, что в этот момент у него поднято 7 пальцев.

Любое начальное число: Обратите внимание, что ваш ребёнок может использовать этот метод с любым начальным числом. Этот пример также легко подошёл бы для сложения $58 + 7$.

Он надёжен, но его заменят: В конечном итоге его заменят другие методы, но пока этот надёжен, и ваш ребёнок может быть уверен что он всегда даст ему правильный ответ, когда бы он ему не понадобился.

Шаг 34: Вычитание на Пальцах

Два вида вычитания: Обе модели вычитания, вычитание и разность, важны, и обе требуют практики. Вот методы которые используют руки ребёнка для отслеживания части вычислений. Как и в случае сложения на пальцах, эти методы используют умение ребёнка распознавать количество пальцев. В качестве примера для обоих методов мы возьмём $14 - 8$.

Вычисления с пальцами: Этот метод использует обратный счёт, чтобы отнять однозначное число от любого числа. Пусть ребёнок начнёт с двух сжатых кулаков и скажет «14.» Считая от 14, ребёнок поднимает ещё один палец с каждой новой цифрой: «13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6.» Ваш ребёнок остановится на 6, когда увидит, что поднято 8 пальцев.

Разница с пальцами: Этот метод использует метод счёта, чтобы найти разницу в однозначных числах между любыми двумя числами. Пусть ребёнок начнёт с двух сжатых кулаков и скажет «8.» Счёт начинается с 8, и ребёнок поднимает ещё один палец с каждой новой цифрой: «9, 10, 11, 12, 13, 14.» Когда ребёнок доходит до 14, он смотрит на свои пальцы и видит, что разница составляет 6.

Надёжный, но будет заменен: В конечном итоге есть и другие методы, но на данный момент эти надёжные и могут гарантировать, что ваш ребёнок всегда получит правильный ответ, когда был он ему не понадобился.

Шаг 35: Компенсация за Сложение и Вычитание

Полезно и проще чем вы думаете: Компенсация - это полезный инструмент устного счёта для упрощения вычислений и сложение и вычитание любого объёма. Понимание этого инструмента также развивает чувство числа при сложении и вычитании. Это проще, чем кажется.

Например, предположим что вы складываете $99 + 15$. Вы понимаете, что к 99 нужно добавить всего один элемент, чтобы получить 100, число с которым гораздо проще работать чем с 99. Поэтому вы переставляете 1 из 15 в 99 – общее количество элементов остаётся тем же, но они распределены таким образом, что с ними проще работать. Эта задача превращается в $100 + 14$, что очень просто решить. Именно этим мы и займёмся.

Компенсация за сложение: Идея заключается в том, чтобы немного увеличить или уменьшить одну из чисел, чтобы с ним было легче работать. Обычно мы превращаем одно из чисел в число, кратное 10. Предположим что вы складываете $8 + 7$. К 8 нужно всего лишь добавить 2, чтобы получить 10, поэтому отнимаем 2 от 7. Таким образом $8 + 7$ превращается в $10 + 5$, что легко. Мы могли бы также решить эту задачу, добавив 3 к 7, чтобы получить 10. В этом случае мы превратим $8 + 7$ в $5 + 10$.

Дополнительная компенсация за сложение: Существуют и другие возможности использования компенсации в примерах на сложение. Рассмотрим, например $6 + 8$. 6 может дать 2 к 8 и получается $4 + 10$. Однако 8 может дать 1 к 6 и получится $7 + 7$, пример на сложение близнецов. Предложите друг другу придумать разные способы решения данного примера на сложение.

Компенсация за вычитание: Для вычитания мы прибавим или вычтем одинаковое число из обоих чисел. Это сохранит расстояние между ними, но с ними будет проще работать. Обычно это означает превращение вычитаемого числа в число, кратное 10. Предположим что мы вычитаем $13 - 8$. Если мы прибавим к обоим числам 2, расстояние между ними останется прежним, но теперь мы вычитаем $15 - 10$, что легко. Аналогично, если бы нам предложили выполнить действие $17 - 13$, мы могли бы вычесть 3 из обоих чисел и получить $14 - 10$. Или же мы могли бы вычесть 10 из обоих чисел и получить $7 - 3$.

Шаг 36: 10 как Средняя Точка

Числовые связи для 10: Число 10 часто является удобной средней точкой для использования в устных арифметических вычислениях при решении примерах на сложение и вычитание, в которых участвуют числа больше 10. Ваш ребёнок должен хорошо знать числовые связи с числом 10, чтобы в полной мере использовать эти методы.

Сложение сумм больше 10: Предположим, вашему ребёнку дана задача на сложение $5 + 7$. Числовая связь для 10 с 7 равна 3, поэтому ваш ребёнок может использовать 3 из 5, чтобы получить 10. Оставшиеся 2 из 5 доведут суммы до 12. Суть заключалась в том, чтобы разбить 5 на две части, 3 и 2 – одна часть получила 7 до 10, а другая добавляется к 10. Эту задачу можно было решить и по-другому. 7 можно было разбить на 5 и 2 – 5 добавляется к исходной 5 чтобы получить 10, а затем к 10 добавляется 2, чтобы получить 12.

Обратите внимание, что это похоже на ход мысли при выполнении компенсации сложения.

Вычитание из числа больше 10: Давайте использовать $12 - 7$ как пример. Мы можем сделать это как задачу на вычитание или на разницу.

В задаче на вычитание мы используем 2 из 7 чтобы сократить 12 до 10. Затем у нас остается 5 из 7, чтобы сократить 10 до 5. Мы разбили 7 на 2 и 5 чтобы иметь возможность использовать 10 в качестве промежуточной остановки по пути.

В задачи на разност общее расстояние между 12 и 7 равно расстоянию между 12 и 10 плюс расстояние между 10 и 7. Расстояние между 12 и 10 равно 2, и расстояние между 10 и 7 равно 3, поэтому общее расстояние равно 2 плюс 3, что равно 5.

Шаг 37: Счёт с Пропусками по 2, 5, 10

Лёгкие: На этом этапе ваш ребёнок должен уже уверенно складывать числа по 2, начиная с любого места и увеличивая или уменьшая их. Если ребёнок ещё не научился, самое время расширить это, добавляя другие числа. Два самых простых способа это складывать числа по 5 и 10.

По 10: Счёт по 10 не только простой в освоение, но и даёт возможность попрактиковаться в разрядных значениях. Ваш ребёнок быстро поймёт, что если он будет считать по 10, начиная с 3, то все числа будут содержать 3 в разряде единиц, и единственное что изменится - это разряд десятков. Если у вас есть таблица со 100, используйте её чтобы показать ребёнку что все числа в ней идут по возрастанию или убыванию в одном столбце.

По 5: После того, как ваш ребёнок освоит счёт по 10, пора переходить к счёту по 5. Когда ваш ребёнок научится считать по 5, ему будет приятно видеть что каждое второе число отстоит на 10, как если бы он считал по 10.

Экспериментируйте с другими: Не торопитесь с остальными числами. Счёт по десяткам может быть интересным, потому что с каждым шагом разряд единиц уменьшается на единицу, а разряд десятков увеличивается на единицу. Счёт по 11 довольно прост.

Веселитесь с этим: Это можно превратить в занятия для двух или более человек. Кто-то называет число, с которого нужно начать, какой будет пропуск счёта, и нужно ли увеличивать или уменьшать его. Затем идите по кругу и каждый называет следующее число.

Шаг 38: Начальное Умножение

Новое слово: Во второй половине 4-го этапа в ходе обучения, связанного с удвоением, вы начали использовать слово «умножить.» Если вы ещё этого не сделали, начните использовать это слово всё чаще. Теперь у вас есть множество ситуаций в которых можно его использовать.

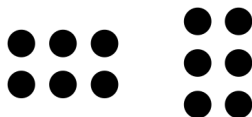
Удвоение и утроение: Удвоение - это умножение на 2, а утроение - это умножение на 3, и вам стоит начать называть это так. Если вам нужно удвоить какое-то число, например 4, попросите ребёнка умножить его на 2 или спросите у него сколько будет 2 умножить на 4. У него есть все необходимые инструменты, ему просто нужно привыкнуть к новым словам.

Пропуск счёта - это умножение: Если ваш ребёнок пропустит счёт по 5 семь раз, начиная с 0, у него будет семь 5. Это то же самое, что умножить 7 на 5. С этого момента, когда вашему ребёнку предложат решить примерное умножение, он сможет пропустить счёт, чтобы найти ответ. Со временем, он найдёт более эффективные способы нахождения ответа, но пока он может использовать этот надёжный метод.

Шаг 39: Умножение 1-5 на 1-5

Это весело: Теперь у вашего ребёнка есть все необходимые инструменты, чтобы освоить умножение любого числа от 1 до 5 на любое число от 1 до 5. Это захватывающее занятие для маленького ребёнка. Давайте рассмотрим всё, что он знает для этого.

Порядок не имеет значения: При умножении неважно, умножаете ли вы 3 на 4 или 4 на 3, результат один и тот же. Это значительно экономит время и позволяет вашему ребёнку выбрать свой любимый способ умножения. Например, если он хочет посчитать 2 умножить на 5, удвоив 5, это нормально. Однако, если он предпочитает пропускать счёт по 2 пять раз, это тоже нормально.



Попросите ребёнка посмотреть на картинку с 2 рядами по 3 точки. Независимо от того, 2 ряда по 3 точки или 3 ряда по 2 точки, сумма точек одинаковая - 6. Достаточно просто перевернуть картинку, чтобы убедиться что они одинаковые.

Умножение на 2 - это удвоение: Умножение на два - это то же самое что и удвоение, поэтому у вашего ребёнка уже есть этот навык.

Умножение на 3 - это удвоение плюс ещё один: Если у вас есть 3 предмета, это то же самое, что иметь 2 предмета и добавить ещё один. Если вашему ребёнку нужно умножить 3 на 4, он может удвоить 4, чтобы получить 8, а затем прибавить ещё одну 4, чтобы получить 12. Кроме того, вы можете пропустить счёт по 3 четыре раза или пропустить счёт по 4 три раза, если хотите.

Умножение на 4 - это удвоение дважды: Если вы хотите получить 4 чего-либо, сначала удвойте это число, чтобы получить 2, а затем удвойте это число, чтобы получить 4. Например, чтобы умножить 4 на 5, удвойте 5, чтобы получить 10, а затем удвойте 10, чтобы получить 20.

Умножение на 5 с пропуском счёта: Счёт по 5 настолько увлекателен, что пожалуй это самый предпочтительный способ. К тому же, все пятёрки оканчиваются либо на 0, либо на 5, так что их довольно легко запомнить.

Шаг 40: Стратегические Игры II

Ценность этих игр: Стратегические игры - это игры, где у игроков есть выбор, приводящий к лучшим или худшим результатам. Эти игры могут многое дать детям в математическом плане, даже если в них нет явного числового содержания. В частности, они естественным образом мотивируют детей к решению задач.

Введение в Ним: Теперь, когда ваш ребёнок уже какое-то время играет в стратегические игры, пора подумать, как извлечь из них больше пользы. Возьмём в качестве примера игру Ним. Правила этой игры очень просты: выберите начальное число, например 10, и выберите игрока, который будет ходить первым. Игроки по очереди выбирают, на какое число вычесть – 1 или 2 – из текущего счёта. Выигрывает тот, кто дойдёт до 0. Арифметика довольно проста, но стратегия сложная.

Учимся на опыте: Если представить, что вы играете в любую игру против невероятного сильного соперника, игра превращается в головоломку. Как найти ход, который даст мне наилучший шанс на победу, независимо от того насколько хорошо играет мой оппонент? Одна из стратегий - это играть партию много раз и обращать внимание на то, что работает, а что нет. Такой подход хорошее начало, и он действительно даёт возможность наблюдать и делать выводы. Обучение может быть медленным, и в сложных партиях может быть очень сложно находить закономерности – Представьте, сколько возможностей откроется, если мы выберем начальное число 100 для Ним!

Решение Ним: Можем ли мы заглянуть на несколько ходов вперёд и таким образом определить хорошие ходы? Это сложно сделать, начиная с 10. Если начать с 5, это довольно легко. Если мы вычтем 2, новое число будет 3. Независимо от того, вычтет ли другой игрок 1 или 2 в этот момент, мы выигрываем. Итак, если у нас число 5, мы знаем, как выиграть. Что происходит с другими малыми начальными числами? Можем ли мы найти закономерность, которая подскажет нам, какие начальные номера будут выигрышными, а какие проигрышными? Можем ли мы объяснить, почему это закономерность верна?

Цель: Если мы будем следовать этому подходу, мы полностью разгадаем, как играть в Ним. То, что сработала с Ним, может сработать или не сработать в другой игре. Это и есть решение задач, и каждая новая задача может принести новые вызовы и потребность в новых идеях. И в этом-то и заключается веселье. Поделитесь с ребёнком этим отношением к головоломкам и решению сложных задач. Во время игры в стратегию обсуждайте с ним его идеи о том, какой ход был бы лучше или хуже в данный момент. Суть не только в том, чтобы найти идеальный ход, а ещё в том, чтобы получить удовольствие от его поиска и обсуждения с людьми, с которыми ему будет интересно делиться идеями.

Этап 5: Я могу считать до 100!

На этом этапе счёт переходит к трёхзначным числам, превышающим 100. Понятие разрядных значений становится всё более важным, использование развёрнутой формы записи чисел может прояснить многие из них. Теперь, когда освоены сложение и вычитание однозначных чисел, пора переходить к умножению и делению однозначных чисел.

- [Шаг 41: 3-значное разрядное значение](#)
Расширьте использование развёрнутой формы для 3-значных чисел, чтобы понять разрядное значение.
- [Шаг 42: Двухзначное сложение/вычитание](#)
Используйте развёрнутую форму, чтобы увидеть, как работают сложение и вычитание 2-значных чисел.
- [Шаг 43: Пропускать счёт по 2 до 10](#)
Потренируйтесь считать по порядку и назад, начиная с любого места и на любое число от 2 до 10.
- [Шаг 44: Умножение – 2, 4, 5, 8, 10](#)
Это включает в себе удвоение и кратность 5. Они быстро усваиваются и дают хорошую основу для остальных чисел.
- [Шаг 45: Умножение – 3, 4, 6, 9, 11](#)
Используйте идею на один больше или на один меньше, чтобы выучить эти числа на основе предыдущих чисел.
- [Шаг 46: Умножение однозначных чисел](#)
Теперь ваш ребёнок будет знать все правила умножения однозначных чисел!
- [Шаг 47: Делители, Множители, и Кратные](#)
Показывайте термины делители, множители, и кратные.
- [Шаг 48: Простые числа, Составные числа, и Степени](#)
Узнайте о простых числах, составных числах, и единицах измерения. Практикуйтесь в разложении на простые множители – они часто содержат повторяющиеся множители, что является хорошим поводом для изучения степеней чисел.
- [Шаг 49: Семьи Фактов II](#)
Группировка фактов умножения и деление по семьям.
- [Шаг 50: Деление однозначных чисел](#)
Ваша работа с пропуском счёта, изучение фактов умножения, и семейств фактов облегчит вам задачу деления как с остатком, так и без него.

Шаг 41: 3-значное Разрядное Значение

Много объектов: Соотнесением математических понятий с физическими объектами часто является лучшим подходом для маленьких детей. Сложность заключается в том, что изначально имеет сотни объектов не так-то просто, и с такой большой коллекцией может быть сложно работать. Помимо группы единиц и десятков, один из способов - использовать символические заполнители для больших групп, например сотни. Можно взять несколько листов бумаги или доски с написанным числом «100.»

Используйте объекты: Потренируйтесь, чтобы ребёнок представлял различные величины, используя предметы, сгруппированные по единицам, десятками, и сотням. Например, спросите как можно представить число 325 с помощью этих предметов. Приведите примеры, например 206, 430, и 500, в которых нет ни одного элемента в одной или нескольких категориях. Также разложите группы из единиц, десятков, и сотен и попросите ребёнка назвать число, соответствующее этой величине.

Используйте развёрнутую форму: Как только ваш ребёнок полностью освоится со связью между числами и их количеством, начните использовать цифры и их развёрнутую форму для представления чисел. Возьмём, например 325. Представим его с помощью сотен, десятков, и единиц, а затем используя это представление, запишем число в развёрнутой форме $325 = 300 + 20 + 5$. Сделайте то же самое в обратном направлении, написав $100 + 40 + 6$, представив его физическими группами сотен, десятков, и единиц, а затем спросив чему равно общее число.

Шаг 42: Двухзначное Сложение/Вычитание

Однозначное число: Для лёгкого знакомства с работой с двумя двухзначными числами дайте предположим, что одно из них однозначное. Один из лучших способов попрактиковаться в сложении или вычитании однозначного числа с двухзначными это использовать счёт с пропусками разной величины, увеличивая или уменьшая его, начиная с любого числа. Следующие методы для двухзначных чисел, конечно же будут работать если одно из них однозначное.

Используйте объекты: Закреплять знания ребёнка с помощью физических предметов всегда полезно. Начните с представления об общих чисел группами десятков и единиц.

Сложение: Если вы складываете два числа, объедините все группы и обсудите результат. Если вы складываете два числа, например 23 и 45, этого достаточно. Однако если вы складываете 23 и 48, две группы единиц образуют как минимум группы из десятков. Обсудите, как это изменяет общее количество десятков с 6 до 7. Это называется перегруппировкой.

Вычитание: Если вы считаете, начните с удаления десятков из большего числа, а затем попробуйте удалить необходимое количество единиц. Например, если вы почтаете 23 из 45, то единиц достаточно, и всё готово. Если единиц достаточно, например если вы вычитаете 28 из 45, обсудите как нужно разделить одну из групп десятков и включить её в группу единиц. Исходная группа числа 45, состоящая из 4 десятков и пять единиц, превращается в группу из 3 десятков и 15 единиц. Это также называется перегруппировка.

Используйте развёрнутую форму: Используйте предметы для сложения и вычитания двухзначных чисел, пока ваш ребёнок полностью не поймёт этот процесс и не понимает, почему перегруппировка имеет смысл. На этом этапе переходите к представлению сложения и вычитания с помощью развёрнутых чисел. При работе с развёрнутыми числами процесс и последовательность действий точно такие же, как и при работе с группами десятков и единиц – и в этом вся суть

Делать это автоматически: Со временем и при постоянной практике вашему ребёнку больше не понадобятся использовать группы из десятков и единиц или развёрнутые формы. Однако, как и во многих других вещах, не нужно торопиться – всё придёт с практикой.

Шаг 43: Пропускать Счёт по 2 до 10

Практикуйтесь: Практикуйте счёт в прямом и обратном порядке, начиная с любого места и с любого числа от 2 до 10. Неудивительно, что это полезно для изучения умножения и деления. Это также очень полезно для улучшения навыков сложения и вычитания в уме. Одно из преимуществ счёта в обратном порядке заключается в том, что им можно заниматься где угодно и когда угодно, если у вас есть свободное время.

Закономерности на диаграмме 100: Обратите внимание на закономерности, которые проявляются когда ваш ребёнок пропускает счёт. Проще всего это сделать с помощью таблицы со 100, но можно также записать числа в столбик и наблюдать за тем, что происходит с единицами и десятками и по мере их продвижение по столбцу. У некоторых чисел, например 8 и 9, есть интересные закономерности в разряде единиц, а у других, например 3, они не такие интересные.

Сделайте это веселее: Это можно превратить в занятия для двух или более человек. Кто-то называет число, с которого нужно начать, какой будет размер пропуска и нужно ли увеличивать или уменьшать. Затем по кругу каждый называет следующее число с пропуском.

Шаг 44: Умножение – 2, 4, 5, 8, 10

Хорошая основа: Эти числа обычно легко запоминаются, и будучи однажды изучёнными они дают хорошую основу для изучения остальных чисел.

Умножение на 5 и 10: Умение умножать на 10 легко освоить, и это важно для понимания разрядных значений. Это также может облегчить освоение умножать на 5.

Число 5 можно выучить, пропуская счёт по 5, пока это не станет автоматическим, или же используя десятки. Если умножать 6 на 5, получается вдвое меньше 10-ков. Половина 6 - это 3 поэтому ответ 30. Если умножить 7 на 5, нужно отложить одну из пятёрок в сторону и действовать также, как и при умножение 6 на 5. Ответ для 6 умножить на 5 это 30, а затем добавить оставшуюся 5, давая ответ 35.

Умножение на 2, 4, и 8: Эти три примера можно выполнить с помощью многократного удвоения. Ваш ребёнок должен иметь достаточно много опыта в удвоении и умножении на 2. Умножьте на 4, либо считайте с пропусками, либо удвойте результат умножения на 2. Например, 4 умножить на 3 это вдвое больше, чем 2×3 , так что ответ удвоенное 6, то есть 12. Умножьте на 8 пропуская счёт по 8 или удвоив результат умножения на 4.

Шаг 45: Умножение – 3, 4, 6, 9, 11

Некоторые стратегии: Они сгруппированы здесь, потому что их можно выполнять, используя идею на один больше или на один меньше, которая будет описана ниже. Однако некоторые из них можно выполнять другими способами. Все они могут быть выполнены с помощью счёта с пропусками, если ваш ребёнок предпочитает такой подход. Умножение на 4 это удвоение умножение на 2. Умножение на 6 это удвоение умножения на 3. Умножение на 11 довольно просто и практически не требует практики.

Умножение на 9 имеет особое правило, которые нравятся некоторым детям. Возьмём 6 умножить на 9 как пример. Для ответа уменьшите на единицу число в разряде десятков (то есть 5), и вычтите разряд десятков из 9 чтобы получить разряд единиц (то есть 4). Таким образом, 6 умножить на 9 равно 54. Как видите, это ничем не отличается от вычитания 6 из 6 умножить на 10, но иногда это кажется веселее.

На один больше и на один меньше: Используйте идею на один больше или на один меньше, чтобы выучить эти числа на основе других чисел, которые вы уже знаете как умножать. Числа 3, 6, и 11 на единицу больше, чем числа которые вы уже знаете. Например, 6 умножить на 7 это на одну 7 больше, чем 5 умножить на 7. Так что 6 умножить на 7 это $7 + 35$, то есть 42.

Числа 4 и 9 на единицу меньше уже известных вам чисел. Например, 4 умножить на 7 это на единицу меньше чем 5 умножить на 7. Так что 4 умножить на 7 равно $35 - 7$, то есть 28.

Шаг 46: Умножение Однозначных Чисел

Недостающие части: Если ваш ребёнок запомнит один или два оставшихся примера умножения, он будет знать всё об умножении однозначных чисел! Например, он может ещё не знать сколько будет 7 умножить на 7. Как и сложение близнецов, возведение в квадрат увлекательная категория для многих детей, и её можно практиковать самостоятельно. Пусть все эти упражнения будут лёгкими и не слишком ориентированными на цель.

Собираем всё и запоминаем: Постепенно с практикой и повторением ваш ребёнок запомнит все примеры на умножения. Хоть и важно чтобы со временем это стало для него лёгким и автоматическим, не обязательно чтобы это происходило быстро. Гораздо важнее, чтобы вы сделали этот процесс увлекательным и чтобы вашему ребёнку нравилось наблюдать как различные примеры на умножение связанные между собой – какие из них удвоенные или уменьшены в два раза, какие на единицу больше или меньше других, и какие имеют интересные закономерности с цифрами в числе единиц.

Ограниченные и весёлые карточки: Карточки или что-то подобное, используемые экономно и ненавязчиво, могут быть полезны. Если вашему ребёнку трудно запомнить несколько примеров на умножение, составьте список только этих примеров, чтобы он мог немного попрактиковаться самостоятельно.

Шаг 47: Делители, Множители, и Кратные

Делители и множители: Если число делится на число без остатка то оно называется его делителем. Например, 3 является делителем 6 потому что 6 делится на 3 ровно 2 раза. 4 не является делителем 6 потому что входит в него $1\frac{1}{2}$ раза. Слово множитель означает то же самое что и делитель.

Общие делители: В некоторых математических ситуациях, особенно при упрощении дробей, полезно найти числа, которые делят два заданных числа без остатка. Такие числа называются общими делителями или общими множителями. Общими делителями чисел 20 и 8 является 1, 2, и 4. Вам может быть интересно вместе исследовать, почему все общие делители пары чисел являются делителями наибольшего из общих делителей.

Множители: Кратное число - это любое число которое можно получить путём умножения числа на целое число. Например, некоторые кратные 6 это 0, 6, 12, и 18. Заметьте, что любое кратное число имеет это число в качестве делителя. Например, каждая из кратных 6 имеет 6 в качестве делителя.

Общее кратные: Число, кратное двум данным числам, называется их общим кратным. Некоторые общие кратные чисел 6 и 4 это 0, 12, 24, и 36. Заметь, что все общие кратные являются кратными и наименьшему из положительных общих кратных. Общие кратные будут полезны при сложении и вычитании дробей.

Познакомьте эти слова: Постепенно знакомьте ребёнка с этими новыми словами, обсуждая ситуации связанные с умножением и делением. Это полезные слова, которые упрощают многие обсуждения, как только ребёнок их понимает.

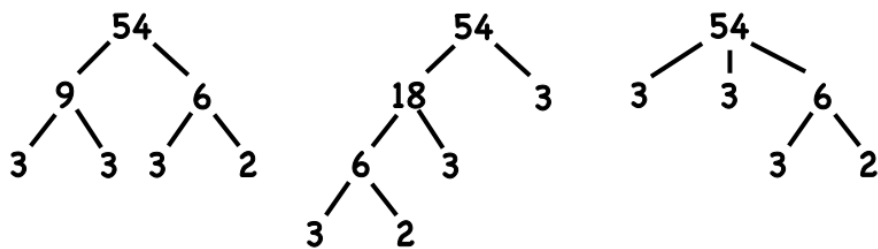
Шаг 48: Простые числа, Составные числа, и Степени

Простые числа: Простые числа играют ключевую роль в понимании умножения и деления целых чисел. Как вы увидите, простые числа - это строительные блоки чисел, получаемых с помощью умножения. Простое число - это число больше 1, единственными делителями которого являются 1 и оно само. Числа 2, 3, 5, 7, и 11 первые несколько простых чисел.

Составные числа и 1: Существует три вида положительных целых чисел: 1 (которое называется единицей), простые числа, и составные числа. Составные числа можно представить как составленные из простых чисел. Например, 12 это 2 умножить на 2 умножить на 3. Каждое число больше 1 либо является простым, либо может быть однозначно записано в виде произведения двух или более простых чисел.

Разложение на простые множители: Хорошее знакомство с разложением на простые множители будет очень полезно для многих разделов математики, которые ваш ребёнок собирается изучать. Повторение разложения на простые множители чисел до 20, или даже до 30, это хорошее упражнение для знакомства с этими разложениями. Просто пройдите по списку чисел в следующем порядке: 1 - единица, 2 - простое число, 3 - простое число, 4 - 2 умножить на 2, 5 - простое число, 6 - 2 умножить на 3, 7 - простое число, 8 - 2 умножить на 2 умножить на 2, 9 - 3 умножить на 3, и 10 - 2 умножить на 5.

Степени: Разложение на простые множители часто включают в себя повторяющиеся простые множители, поэтому сейчас самое время познакомиться со степенями и попрактиковаться в их разведении в степень. Гораздо быстрее и проще сказать «2 в четвёртой степени» чем «2 умножить на 2 умножить на 2 умножить на 2.» 2 в квадрате означает 2 умножить на 2, и 2 в кубе означает 2 умножить на 2 умножить на 2.



Множители и деревья множителей: Для больших чисел разложение на простые множители может быть не сразу очевидным. Для таких чисел найдите один из множителей и используйте его, чтобы разбить задачу на более простые множители. Например, 54 это 9 умножить на 6. Потому что 9 это 3 в квадрате и 6 это 2 умножить на 3, мы можем сложить их и получить 54 это 2 умножить на 3 в кубе. Этот процесс иногда называют построением деревьев множителей, и на рисунке выше показаны три возможных способа создания дерева множителей для 54.

Шаг 49: Семьи Фактов II

Семьи: На третьем этапе мы изучили семейства фактов, связывающие сложение и вычитание, и увидели насколько они полезны для понимания взаимосвязей между этими двумя операциями. Подобно тому, как это было сделано для сложения и вычитания, сгруппируйте факты об умножении и делении по семействам, чтобы глубже их понять. Например, $3 \times 4 = 12$, $4 \times 3 = 12$, $12 / 3 = 4$, и $12 / 4 = 3$ образует семейство фактов.

Умножение и деление связаны: Для семейства фактов $3 \times 4 = 12$, визуализируйте эту взаимосвязь, используя прямоугольник размером 3 на 4. Площадь этого прямоугольника равна 12, что равно 3 умножить на 4 или 4 умножить на 3 – его ширина на длину. Чтобы получить площадь 12 для прямоугольника шириной 3, длина должна быть равна 4. Чтобы получить площадь 12 для прямоугольника длиной 4, его ширина должна быть равна 3. Все эти факты связаны между собой.

Умножение и деление отменяют друг друга: Давайте продолжим использовать пример 3 умножить на 4. Если мы начнём с 3 и умножим его на 4 то получим 12. Если мы затем возьмём 12 и разделим его на 4, результат снова будет 3. Умножение на 4, а затем деление на 4 возвращает нас к тому, с чего мы начали.

Аналогично, если взять 12 и разделить на 4 ответ будет 3. Если затем умножить 3 на 4 ответ будет 12, с чего мы и начали. Деление на 4 и затем умножение на 4 возвращают всё к началу.

Шаг 50: Деление Однозначных Чисел

Ты приготовил путь: Работа с пропуском счёта, изучение фактов умножения из семейств фактов облегчат вам освоение деления как с остатком, так и без него. Все эти навыки необходимо хорошо освоить и понять, прежде чем приступать к общему делению однозначных чисел.

Без остатка: Задачи на деление, где делитель подставляется без остатка, обычно решается вашим ребёнком осознающим соответствующий факт умножения. Например, если ему предлагают разделить 36 на 4, то вспомнив что 4 умножить на 9 это 36 приводят его к ответу. Однако, если этот метод не подходит для данной задачи, следует использовать следующий метод.

Угадывание и пропуск счёта: Предположим, вашему ребёнку предлагается разделить 29 на 4. Ваш ребёнок не найдёт 29 среди примеров на умножение, где есть 4, поэтому ему нужно найти результат, меньше 29 который подходит. Пусть ребёнок угадывает число, кратное 4, которое меньше 29. Он может угадать 24, что есть 4 умножить на 6. Затем он может пропустить счёт, пока не дойдёт до 29. В данном случае это означает переход к 28, что есть 4 умножить на 7. Видя, что на этом нужно остановиться, он отвечает: 29 делённое на 4 равно 7 с остатком 1.

Проверить ответ: Проверка ответов - это хорошая привычка для вашего ребёнка. В этом последнем примере мы обнаружили, что 29 делённое на 4 равно 7 с остатком 1. Проверьте это, умножив 4 на 7 чтобы получить 28, а затем прибавив 1 чтобы получить 29. Итак, всё проверено!