

The Dragon Curve

A Magical Math Journey



ドラゴン曲線: 魔法のような数学の旅

Alicia Burdess
Katrina Shirley

日本語: Ai H



幼児期からの
おうち算数

Early
Family
Math



Interactive Story

日本語

保護者の方へ

3つのレベル お子さんに合ったレベルを選びましょう。質問やコメントをする時には考える時間を与えましょう。お子さんが答えに詰まった時は手助けをし、正しい答えには少し膨らませた質問やコメントを試みましょう。

レベル**1** 簡単に直接的な質問をします。見えるものについて尋ねたり指をさしたりしましょう。おもちゃはどこかな？何をしているのかな？その名前は何かな？色は何かな？いくつボールがあるかな？

レベル**2** お話のある部分について一般的な質問または自由に答えられる質問を試みましょう。ここで何が起きていると思う？この物の仲間は何かな？

レベル**3** お話の筋について質問を試みましょう。何が起こったのかな？次はどうなるかな？これと似たようなことが前にあったかな？この時、この子はどう感じているかな？

算数のテーマと内容 **200**までの数え方と図形。直角、正方形、長方形、円、鏡映対称と回転対称、相似な図形、パターンと数列、倍にすること、**2**の累乗と**3**の累乗、見積もり。

楽しく読んで話しましょう！ 書かれている質問やコメントはほんの一例に過ぎません。

1 回目は赤の質問とコメントを読みます。

2 回目は青の質問とコメントを読みます。

3 回目は緑の質問とコメントを読みます。

その後はお子さんの興味に合わせて、楽しい方向に話を進めてください。

アイヤナは退屈していました。

彼女のお母さんは、退屈なままでいるのは退屈な人だけだと、いつも言っていました。

それで、アイヤナは何かすることを探しに外へ出ました。

視界の端で、彼女は地面に細くて長い紙切れが落ちているのを見つけました。

「これは何かな。」

彼女はそれを拾いました。



1. あなたが退屈に感じた時は、どんな時ですか？

2. 散歩中に、どんな面白いものを見つけましたか？

3. 散歩は一人ですか好きですか、それとも誰かと一緒にするのが好きですか？

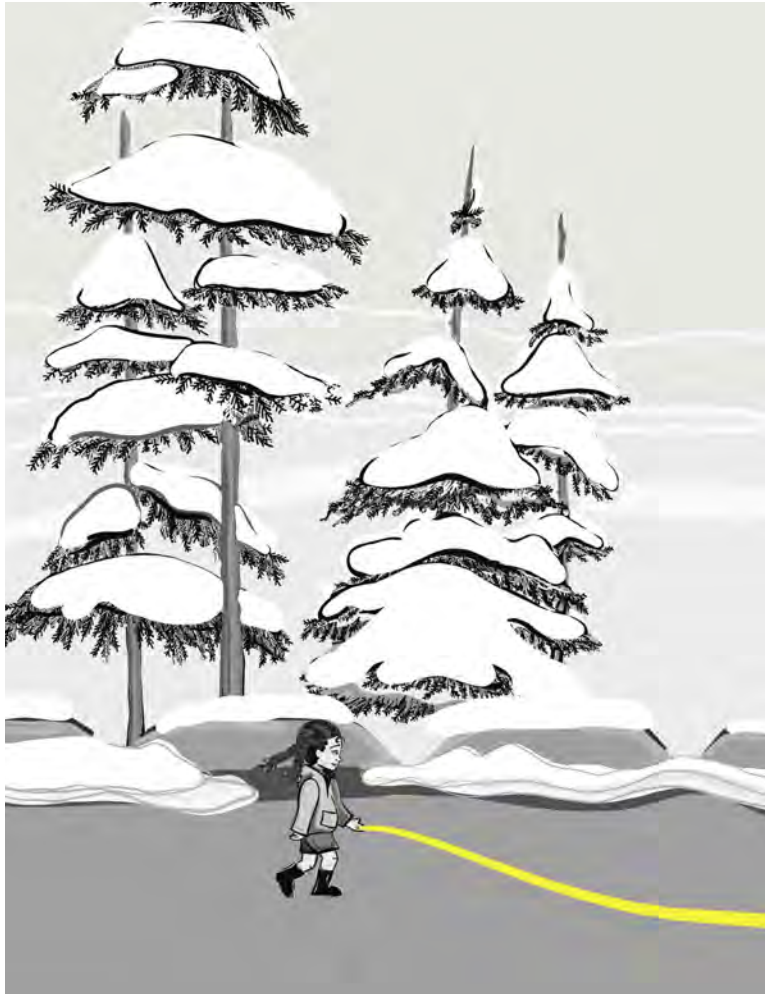
それは道のように見えました！



1. まっすぐな道はまっすぐな線のように見えます。他にどんなものがまっすぐな線のように見えますか？

2. ずっと永遠にまっすぐに続いていくものを思い浮かべることはできますか？

3. 短いまっすぐな線のかたまりは、図形を作るのにとても便利です。三角形や長方形（このページのようなもの）、八角形（止まれの標識のようなもの）などの平らな図形を作ることができます。ほかにどんな図形をこの方法で作ることができますか？



彼女はその道をたどりました。

1. その黄色い紙は本当にこんなに長いと思いますか？それとも彼女の想像でしょうか？
2. 探検するのは楽しいです。今まで行ったことのない新しい場所を散歩したことはありますか？
3. アイヤナのいる場所は雪が降っていて寒そうです。あなたは雪が降る場所に住んでいますか？

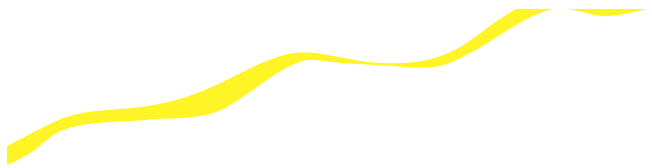


アイヤナは冒険を始めました。暖かい日差しと春のそよ風を想像しながらです。

1. なぜ彼女は暖かい場所にいることを想像したと思いますか？

2. なぜこれらの木の中には針葉があるものもあれば、枝だけのものもあるのでしょうか？

3. この絵の中でアイヤナはどこにいますか？雪の山の中にいるのでしょうか？




歩いている間に、彼女は道の両端をつかみ、左端を右側に折り重ねるようにして半分に折りました。

それから、彼女はそれを開きました。

1. 2本の線が1つの点で出会うと、そこに角ができます。その角がこのページの角のようであれば、直角と呼ばれます。

2. アイヤナといっしょに折るためには、とても長くて細い紙の帯を用意します。たとえば、いつも同じように、左端を右側へ折るようにしてください。折り目を開いたら、紙の帯を縁で立てて、すべての折り目が直角の床や壁のように見えるように並べます。

3. 紙を折って形を作るのは好きですか？このようにして簡単な紙ひこうきを作ったことはありますか？



それは山のようにした！



1. 周りに、2本の線が直角を作っているものが見えますか？多分たくさんありますーいくつか見つけられますか？

2. 長方形は、四つの角すべてが直角になっている四辺の平らな図形です。このお話のページも長方形になっています。あなたの近くに長方形は見えますか？

3. 正方形は、四つの直角と、四つの同じ長さの辺をもつ四辺の平らな図形です。あなたの周りで、正方形ではない長方形を見つけることができますか？正方形ではあるけれど長方形ではないものを見つけることができますか？（そのようなものはありませんーすべての正方形は長方形です。）



彼女は道をたどり、山を登りました。

1. この山の道はどのくらい上まで続いていると思いますか？
2. この山の頂上まで登りきることができると思いますか？
3. 山の近くに住んでいますか、それとも平らな場所に住んでいますか？




アイヤナはその山の頂上から、まったく新しい世界を見ることができました。

「もしもう一度紙を折ったら、どうなるかな？」


1. このイラストは、アイヤナが山の頂上に立っているところを示しています。あなたが山の頂上に立っているところを想像できますか？

2. 山の頂上からどのくらい遠くまで見えますか？今いる場所で周りを見渡すと、遠くまで見えないように遮るものはどんなものがありますか？

3. これらの山は頂上がとがっています。丸い頂上の山の写真を見たことはありますか？なぜある山は丸く、ある山はとがった頂上をしているのでしょうか？



彼女は山を元に戻して、もう一度半分に折り、左端を右側に折り重ねました。
それから、彼女はそれを開きました。

1. これまでに彼女はいくつ折り目を作りましたか？ (2つ)
 2. 今、彼女にはいくつのまっすぐな線分があると思いますか？ (4つ)
 3. しまうために折りたたむものにはどんなものがありますか？何回折りますか？いつも半分に折りますか、それとも時々三等分（三つに同じ長さに折る）や四等分（四つに同じ長さに折る）にしますか？
- 

それは花のようでした！



1. このイラストの四つの線分のように見えるものには、ほかにどんなものがありますか？（疑問符もその一つです。）

2. 見積もりとは、よく考えた予想のことです。数えずに、この花にどのくらい小さな種があるか見積もってみてください。そのあとで種を数えて、どれくらい正しかったか確かめてみましょう。

3. 見積もりをすることは、他の人と一緒に遊べる楽しいゲームです。何かを見たときにすばやく見積もりを立て、そのあとで数えて、誰が一番近かったかを比べてみましょう。



彼女は道をたどり、
山に登り、
花を高く掲げました。

1. 風がどちらに吹いているか分かりますか？
2. タンポポには、このイラストのような形をした種があります。これらの花は世界の多くの地域で育ちます。あなたの住んでいる場所の近くにも、このような花はありますか？
3. 植物は自分たちを新しい場所へ広げたいがります。では、風に吹かれて飛んでいく種を持つことは、植物が広がるうえでどのように役立つのでしょうか？




アイヤナは、そよ風に乗って種が漂っていくのを見つめながら、風がそれらをどこへ運んでいくのだろうと考えました。もう退屈ではありませんでした！

1. 彼女はいま、どんな気持ちだと思いますか？なぜもう退屈ではなくなったのでしょうか？何が変わったのでしょうか？

2. 退屈になったとき、そのまま退屈でいるようにしますか？それとも、何かおもしろいことを見つけようとしていますか？

3. 種がどこへ行くのだろうと考えることは、退屈しないための一つの方法でした。アイヤナが退屈しないようにするために、ほかにどんな質問をすることができるのでしょうか？




彼女は花を元とおりに折りたたみ、さっきと同じようにもう一度半分に折りました。

それから、それを開きました...

1. 半分に折った花がどのように見えるか、予想してみてください。

2. 折り紙は、紙を折るだけで作る日本の伝統的な芸術です。通常は正方形の紙を1枚使います。折り紙で鶴の形を作ったことはありますか？

3. ナプキンや布を動物やさまざまな形に折る、美しいデザインを試してみるのも楽しいかもしれません。



それは山ヤギのようでした！



1. 切り紙は、紙を折ったり切ったりして作る日本の伝統的な芸術です。その中で最も簡単なものは、紙を一度折って、顔や木、花などの形を切り抜く方法です。

2. 物にはさまざまな対称の形があります。おそらく最も一般的なのは鏡のような対称（左右対称）です。紙を一度折って切ると、できあがったデザインは必ず左右対称になります。世界には左右対称のものがたくさんあります。いくつか例を挙げられますか？（顔、体、タイルのパターンの一部、ほとんどの椅子）

3. アイヤナが作っている折った紙のデザインは、左右対称ではありません。しかし、デザインの半分を取って90度回転させると、もう半分のデザインができます。試してみてください！



彼女は道をたどり、
山に登り、
花を高く掲げ、
そして山ヤギに微笑みかけました。

1. 彼女が今持っている花は、さっき持っていた花とは違って見えます。振り返らずに、どこが違っていて、どこが似ているか分かりますか？

2. アイヤナが持っている花は左右対称ですか？

3. アイヤナの花を中心を軸に少し回転させると、同じように見えますか？これは「回転対称」と呼ばれる別の種類の対称です。周りのものの中で、回転対称のものは見つかりますか？



アイヤナは、岩だらけの崖でバランスを取っているヤギを見守りました。

「あのヤギはあとどれくらい高く登れるかな？」

アイヤナはますます好奇心がわいてきました！ほかにどんなことを発見できるのでしょうか。

1. あなたのバランス感覚はどれくらい良いですか？片足でバランスを取ることができますか？大きな岩の上でバランスをとることができますか？

2. 偶数とは、2つの同じ大きさの整数の部分に分けることができる数のことです。いくつか偶数を挙げてみてください。また、山ヤギの体の中で、数が偶数になっている部分をいくつか挙げてみてください。（目、角、脚など）

3. 山ヤギを正面から見ると、鏡映しのような対称性があります。鏡映対称があると、中心線上にないものは偶数回現れます。では、山ヤギのどの部分が中心線上にありますか？

彼女は山ヤギを折りたたんで、さらに半分に折りました。それからそれを開くと...

1. これは何回折ったことになりますか？
また、紙は何本の線分になりますか？
(4回、16本)

2. 紙を折るたびに、線分の数はどうなりますか？(倍になります)

3. 彼女が今持っている花は、以前のもと同じですか？どのように違うか説明してください。



それは雲のようでした！



1. 新しい形が出るたびに、それは円の中に描かれています。なぜ作者はそうしていると思いますか？
2. 今いる場所の周りに、いくつの円を見つけられますか？
3. 円は大きさが違ってても、形はすべて同じです。2つの図形の形が同じ場合、それらは「相似」と言います。これらの雲の中で、形が似ているものはありますか？



彼女は道をたどり、
山に登り、
花を高く掲げ、
山ヤギに微笑み、
空の雲を見上げました。

1. パターンとは、あるルールに従って並んでいるもののことです。この場合のルールは、行動が紙を折ったときの形の順序に従っていることです。これまでにパターンには5つのものがあります。次は何が来ると思いますか？

2. パターンはとても多くの方法で作ることができます。音の繰り返しのパターンを作ってみましょう。例：パチパチ、ドンドン、パチパチ、ドンドン。

3. 数字でパターンを作ることはできますか？ここに2つのパターンの始まりがあります。さらに続けてみましょう。2、4、6、8、10、そして1、4、2、5、3、6、4、7




午後の太陽の暑さが和らぎ始めると、アイヤナは空に見つけられるさまざまな形を想像しました。

1. 雲を見て、動物や知っているものの形に見えるかと想像したことはありますか？もしあるなら、何に見えましたか？

2. これらの雲の中に、見覚えのある形は見えますか？アイヤナは何を見ていると思いますか？

3. アイヤナはこれが晴れの日だと想像しています。もしそれが彼女の想像の中のことなら、なぜ太陽はいつも出ていられないのでしょうか？




彼女は雲を折りたたんで、さらに半分に折りました。

それからそれを開くと...

1. まだ折ることができるくらい十分に長い紙を選びましたか？もし長さが足りなければ、もっと長い紙で最初からやり直すこともできます。いくつかの短い紙をつなげて、1本の長い紙を作ることができます。

2. 紙を何度も何度も半分に折り続けると、折るのが難しくなるまでに何回折れると思いますか？5回、6回、7回、8回、9回、10回？今までにあなたができた一番多い回数は何回ですか？

3. 紙を折るたびに、厚さは2倍になります。もし最初の厚さが1mmなら、4回折った後の厚さはどれくらいですか？（16mm）では、合計で8回折った後の厚さはどれくらいですか？（256mm – 1/4メートル以上！）



それはヨットのようでした！



1. 水の上を浮かぶボートに乗ったことはありますか？ヨットに乗ったことはありますか？ヨットは風がある日にはとても速く進むことができますが、風がないと進むのが大変なこともあります。

2. ヨットの帆は風のようなものです。風を飛ばしたことはありますか？それとも誰かが風を飛ばしているのを見たことはありますか？

3. このヨットには帆がいくつありますか？なぜこんなにたくさんあると思いますか？



彼女は道をたどり、
山に登り、
花を高く掲げ、
山ヤギに微笑み、
雲を見上げ、
そしてヨットに乗りました。

1. ヨットがリストの最後に加えられました。
この6つのステップを、物語を見ずに言うことはできますか？
2. 覚えていることを口に出して言うのは楽しいことです。物語や詩を覚えていて言えますか？それとも歌を覚えていて歌えますか？
3. あなたが歌うのが好きなお気に入りの歌はありますか？その歌を歌うと、どんな気持ちになりますか？



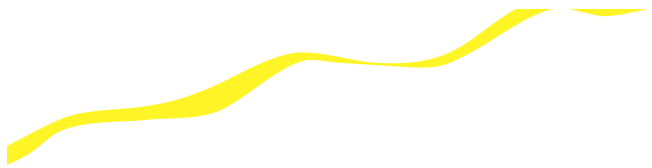
アイヤナは、この帆船が自分をどこへ連れて行ってくれるのか楽しみにしています。

月が地平線の上からそっと顔をのぞかせ、昼が夜へと移り変わり始めていました。

1. 夜には太陽は見えません。では、月はいつも夜に見えるのでしょうか？昼間に月を見たことはありますか？

2. 夜に満月が光っていると、夜でもかなりよく見えるほど明るくなることがあります。あなたは、満月の夜に散歩をするのは好きですか？

3. 夜に太陽はどうなるのでしょうか？太陽は壊れてしまうのか、それとも誰かにはまだ見えているのでしょうか？




彼女は紙の舟を元どおりに折りたたみ、
さらにもう一度半分に折りました。

それから、それを開きました...

1. 折り目はいくつできて、線分はいくつになりますか？ (6、64)

2. これまでの線分の数の列を書き出してみましょう：1、2、4、8、16、32、64。データをリストや表にまとめると、パターンが見えやすくなります。

3. ある数を何度も自分自身で掛けることを、累乗と言います。数の列1、2、4、8、16はすべて2の累乗です。たとえば、 $2 \times 2 \times 2 \times 2$ は2の4乗で、16になります。



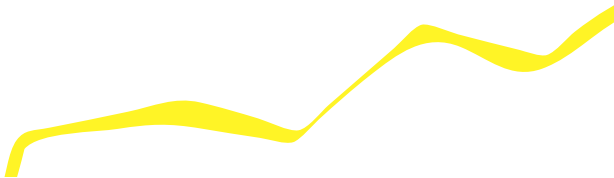
それは川のようにでした！

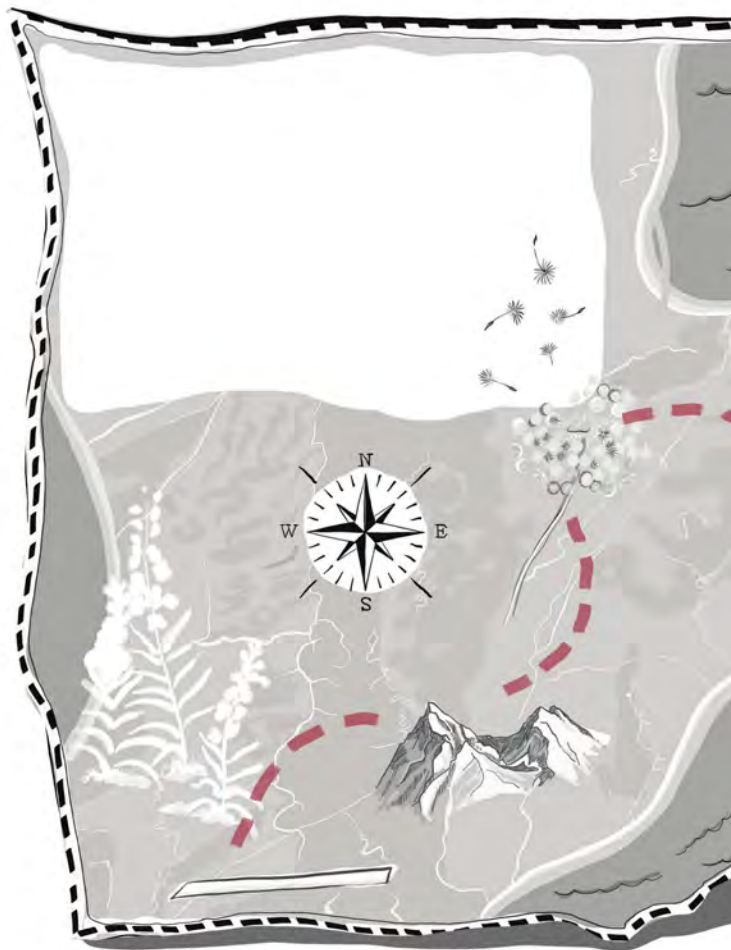


1. この川がどれだけ曲がりくねっているか見てみましょう。自然の川はいつも曲がりくねっています。なぜなら、川は下り坂を流れる水の持つエネルギーを逃がす方法が必要だからです。もし川がまっすぐ一本線のように流れていたら、水はどれだけ速く流れるか想像できますか！

2. 川があちこちに流れるのは、あなたが走り回る必要があるのととても似ています。ときどき、余ったエネルギーを発散するために走り回る必要があります。あなたはエネルギーがあまりにもいっぱいになったとき、何をしますか？

3. あなたはプール、川、池、またはもっと大きな水辺の近くに住んでいますか？水の中で泳いだり、浮かんたりするのは好きですか？





彼女は道をたどり、
山に登り、
花を高く掲げ、
山ヤギに微笑み、
雲を見上げ、
ヨットに乗り
川を下って進みました。

1. アイヤナは、折り紙で作ったすべての形からなる長いお話を想像しました。あなたの身の回りにあるいくつかの物を見つけて、それらを使ったお話を作ってみましょう。

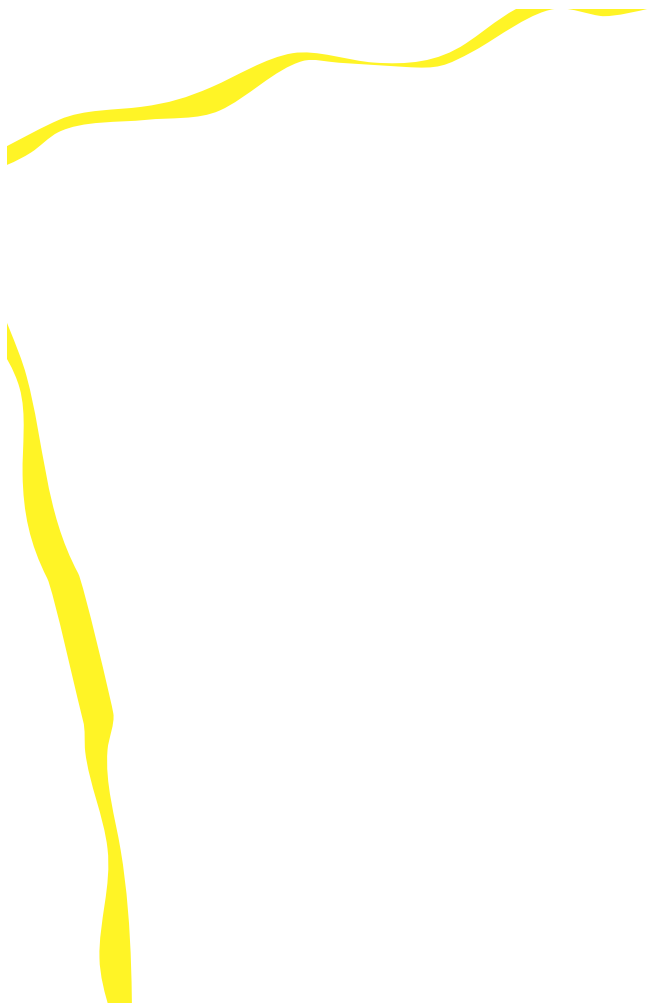
2. 彼女は、まっすぐな道から始まり、いくつかの段階を通して進む地図を持っています。あなたは地図を使って、何かの場所を探したことがありますか？

3. 地図は現実の世界を小さくしたものです。地図は通常、見せているものと同じ形をしています。ずっと小さくなっています。先ほどの言葉を使うと、現実の世界と地図は似た形をしているということです。



アイヤナは、残りのわずかな日差しが消えていく中で、水の勢いと風が髪をなびかせるのを楽しみました。

1. この地図で山ヤギはどこにいるべきでしょうか？地図は山ヤギを間違った場所に置いてしまっているのでしょうか？
2. 川は高いところから低いところへ流れます。川は山から流れ出すべきだと思いますか？
3. その川は、大きな帆船が航行できるくらいの大きさだと思いますか？



彼女は川を元どおりに折りたたみ、さらにもう一度半分に折りました。

それから、それを開きました...

1. 折りたたまれた川は、二つの川を作るでしょうか、それとももっと長い川になるでしょうか、あるいは別のものになるでしょうか？

2. 今回、その形がどのようなになるか、いくつか予想してみましょう。

3. 彼女は自分の紙をずっと折り続けることができると思いますか？新しい形を作り続けることができるのでしょうか？何かそれを止めるかもしれませんか？

それはドラゴンのようでした！



1. よく注意して見ると、このドラゴンの曲線の中に、これまでに出てきたそれぞれの形を見つけることができます。

2. このドラゴンを構成しているこれまでに
出てきた形を数えると、2つの川、4つの帆船、
8つの雲、16匹のヤギ、32の花、そして64の山
があることが分かります。なぜ数が倍々に増えて
いくのですか？（折るたびに、すでにある形が2
倍に増えていくからです。）

3. これまでにドラゴンの絵を見たことがありますか？
ドラゴンについて知っていることを説明してください。
ドラゴンは本物ですか、それとも想像上の存在ですか？



彼女は道をたどり、
山に登り、
花を高く掲げ、
山ヤギに微笑み、
雲を見上げ、
ヨットに乗り
川を下り

ドラゴンの背中に飛び乗りました。

アイヤナとドラゴンは、星がきらめく
夜空を飛び回りました。

彼女のはるか下に広がる世界が、美しい
模様で満ちているのが見えました。

1. ドラゴンのどの部分が絵の中に見えますか？

2. 空を飛べるようになったらどんな感じが、想像したことがありますか？

3. 空を飛べるくらい大きな鳥の背中に寝そべるところを想像してみてください！



1. 彼女はドラゴンに乗っていて、とても楽しそうに見えます。あなたはドラゴンに乗ってみたいと思いますか？それとも怖いですか？それとも、その両方でしょうか？

2. ドラゴンは背中に人が乗っているとき、どんな気持ちだと思いますか？

3. ドラゴンは火を吹くことで知られています。夜空でそれを見ることができたら、とてもすごいことです！このドラゴンもそれができると思いますか？



アイヤナはドラゴンの両端をつかんで、再び折りたたみました。もう一度半分に折ろうとしましたが、あまりにも難しかったです！

1. アイヤナは、自分の紙を7回折るのが精一杯でした。あなたは自分の紙を何回折ることができましたか？
2. 2の7乗は128なので、アイヤナのドラゴンには128本の線分があります。
3. 3の累乗がどれほど大きくなるか想像してみてください。3の最初のいくつかの累乗は次の通りです：1、3、9、27、81。



アイヤナとドラゴンは方向を変えて、
家に向かって出発しました。
彼女は川を見下ろし、
ヨットをちらっと見て、
雲の間を漂い、
山ヤギに手を振り、
花でいっぱいの畑を眺めて感動し、
山々を畏敬の念を抱いて見つめ、
そして、遠くの方には、
自分の冒険が始まった小さな道を見つ
けました。

1. 前のページとこのページの絵には、このお
話で出てきた形のうち、1つだけが描かれて
いません。どの形が欠けているでしょうか？

2. このページの形の中には、完成した四角
もあれば、途中の四角もあります。完成し
た四角の数には、何かパターンがあると思
いますか？

3. これらの線分について、さらに質問を考
えてみてください—それも新しい冒険の一
つです！



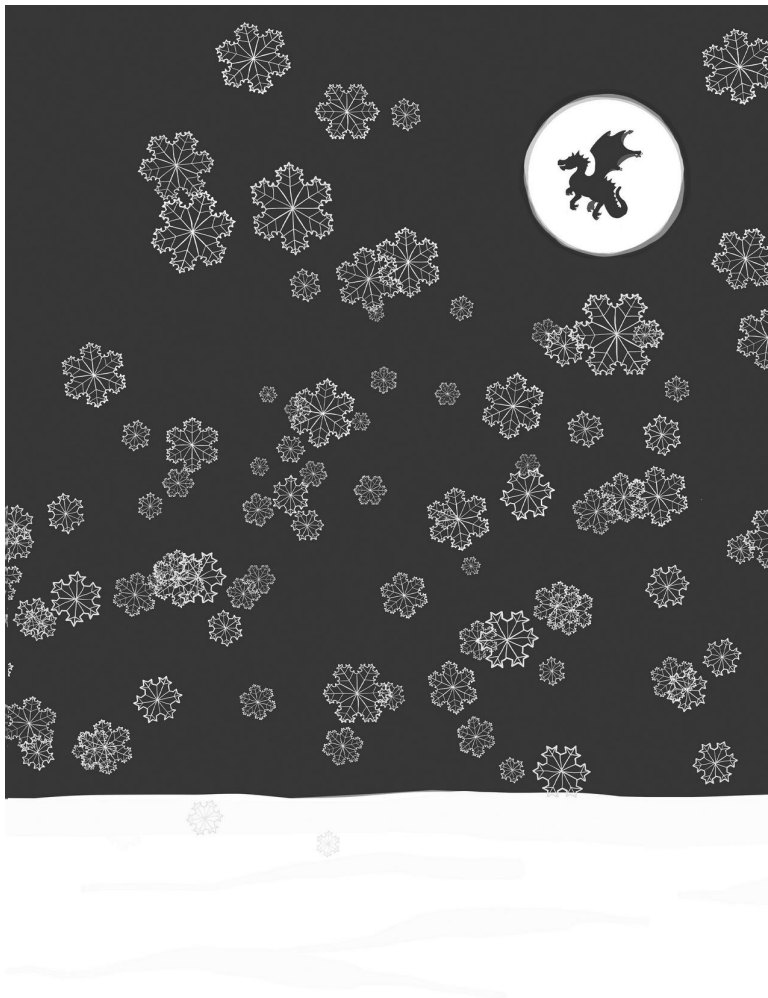
アイヤナはお母さんが呼んでいるのを聞きました。

「アイヤナ、そろそろ寝る準備をしましょう。」

彼女は家の玄関の階段を上り、月明かりの中でドラゴンが飛び去るのを見送りました。

雪の結晶が舞い落ちる中、アイヤナはその紙の帯をポケットに入れて、また別の日のために取っておきました。

1. 外はもう暖かくありません。何が変わったのでしょうか？
2. 次に彼女が紙を取り出したとき、新しい折り方を見つけるといいますか？それとも、いつもの形を楽しむことを選ぶのでしょうか？
3. あなたが冒険に出かけるとき、楽しいと分かっている場所に行くのが好きですか？それとも、新しい経験を求めて初めての場所に行ってみますか？



それから彼女は、雪の結晶のひとつをじっくりと観察しました...

1. これらの雪の結晶について、気づいたことをいくつか挙げてみてください。（6つの突起がある、鏡のような対称がある、回転対称がある、いくつかは他の結晶と似ている）
2. これらの雪の結晶を、ドラゴン曲線を作った方法と似たやり方で作ることができると思いますか？
3. 身近なものを新しい視点で見ることで、世界には自分に与えてくれるものがいかに多いかに気づけます。新鮮な目とオープンな心を保って、たくさんの魔法のような数学の旅を楽しみましょう！

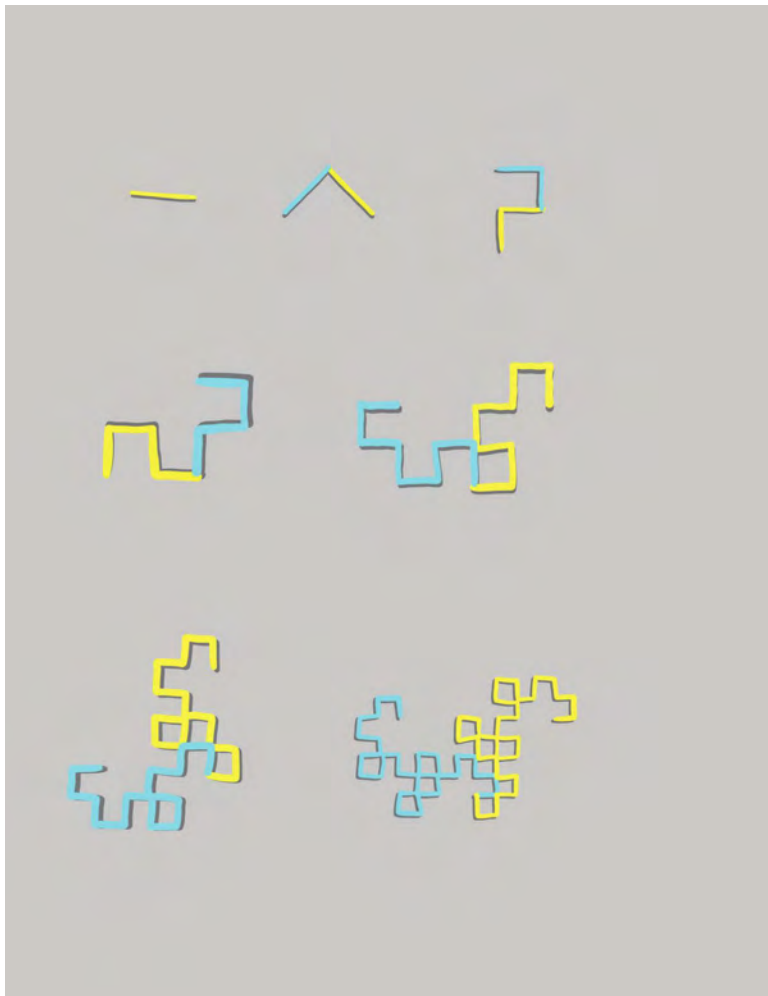
ドラゴン曲線とフラクタル

A フラクタル は同じルールを何度も繰り返す、終わりのないパターンです。1975年に数学者ブノワ・マンデルブロは、これを「無限に拡大できる」幾何学的な形として説明しました。拡大していくと、小さな部分が見えてきますが、それぞれが全体の小さなコピーのように見えます。

アイヤナが紙を同じ方法で何度も折ったとき、彼女はドラゴン曲線として知られるフラクタルを作り出しました。紙を折るたびに、折り目の間の間隔は短くなり、パターンはより細かくなっていきます。このパターンは無限に続けることができます。ドラゴンは自分の中に折り込まれ、空間を埋めながらも、自分自身を交差せず、行き止まりになることもありません。ドラゴンの一部を拡大すると、小さなドラゴンが見えます。無限に拡大し続けることができるのです。オンラインにはいくつか美しい動画もあります。

コッホ雪片 はアイヤナの旅に登場するフラクタルのもう一つの例です。まず、すべての辺の長さが同じ三角形（正三角形）から始めます。各辺を3つに分け、中央の3分の1の部分にもう一つの正三角形を作ります。新しく作った三角形の底辺を消し、このパターンを繰り返します。何度か繰り返すうちに雪の結晶のような形になり、ステップを進めるたびにより細かい模様になっていきます。

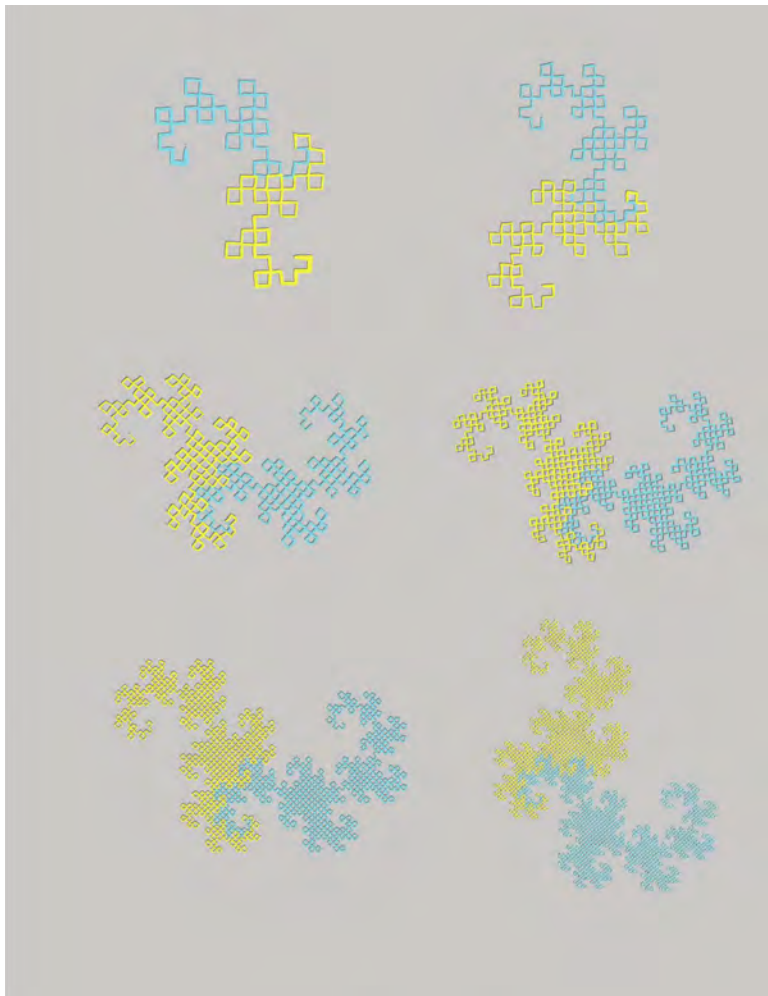
自然にはフラクタルがたくさんあります。シダ、木々、山、タンポポ、雲、川のネットワーク、雪の結晶、海岸線、貝殻、ハリケーン、稲妻、肺、そしてブロッコリーなどが、身近にある例です。アイヤナの冒険の中に、これらのどれかを見つけることができますか？ほかに、マンデルブロ集合、シェルピンスキーの三角形、メンガーのスポンジなど、有名なフラクタルがあります。



0回、1回、2回、3回、4回、5回、そして6回折ったときにできる形がこちらです。

あなたも同じことをすることが出来ます。長い紙の帯を用意して、半分に折ります。たとえば左端を右側に折り重ねるようにします。次にそれを開いて、90度の角度になるように広げます。紙を見てもみると、折り目がついていますね。もう一度紙を折り直し、同じように左端を右側に折って半分にします。そしてまた開き、すべての角度が90度になるように（床と壁のように）形を整えると、さまざまな方向に向いた折り目ができているのが分かります。

紙の帯を縁で立ててみると、四角や90度の角度があちこちに現れる、わくわくするようなパターンが見えるはずです。



7回、8回、9回、10回、11回、そして12回折ったときにできる形がこちらです。

5回か6回折ると、折った紙がドラゴンのように見え始めます。もし紙をずっと折り続けると、折るたびにもっと複雑なドラゴンが生まれます。ドラゴン曲線は空間充填曲線であり、紙を折るたびに折り目の間の間隔が短くなり、パターンはより細かくなっていきます。

複数のドラゴンを組み合わせると、わくわくするようなデザインを作ることができます。2匹のドラゴンを頭と尾でつないで、次の大きさのドラゴンを作ります。4匹のドラゴンを頭と頭でつないで、渦巻きを作ります。複数のドラゴンを尻尾でつないで、広い面を覆うこともできます。ドラゴンを回転させたり、反転させたり、平行移動させたりして、美しい幾何学的なアートを作る方法はたくさんあります。

著作権と謝辞

著者: Alicia Burdess

イラストレーター: Katrina Shirley

注釈: Chris Wright

© Copyright 2021 by Alicia Burdess. 本作品のデジタル電子版を、改変せず、商業的利益を目的としない形で作成・配布することをここに許可します。ただし、本作品の一部または全部を他の形で複製する場合は、著作権者の書面による許可が必要です。

著者謝辞：私の人生を変え、数学の学び方と教え方がどれほど素晴らしいものになり得るかを示してくれた、偉大な数学のヒーローの皆さまに、心からの感謝を捧げます。: Norma Lachance, Jessie Shirley, Marj Farris, Geri Lorway, Grayson Wheatley, Peter Liljedahl, Annette Rouleau, James Tanton, Nathalie Sinclair, Rina Zazkis, David Pimm, Sunil Singh, Jo Boaler, and David Martin。パターンや問題解決の美しさと楽しさ、深い学び、協働的なグループワーク、そして「思考する教室」の世界を私に紹介してくれました。

最後に、Katrina Shirley に心から感謝します。あなたがいないければ、アイヤナと彼女の物語は決して生まれることはなかったでしょう。

イラストレーター謝辞：私の人生で最も影響を受けた二人の女性、母と祖母へ。ありがとう。